

# Epreuve écrite

Examen de fin d'études secondaires 2014

Section: C

Branche: Mathématiques I

Numéro d'ordre du candidat

---

I. 1) Résoudre dans  $\mathbb{C}$  l'équation  $z^3 + (6 - 11i)z^2 - 4(7 + 9i)z - 4(12 - 5i) = 0$   
sachant qu'elle admet une solution imaginaire pure.

2) On donne le nombre complexe  $z = -4\sqrt{2} \cdot \frac{1 - 3i}{2 - i}$

- Ecrire  $z$  sous forme algébrique et sous forme trigonométrique.
- Calculer les racines cubiques de  $z$ .

(14 + (3+3) = 20 points)

II. 1) a) Déterminer les valeurs du paramètre réel  $m$  pour lesquelles le système suivant admet une solution unique dans  $\mathbb{R}^3$ .

$$\begin{cases} 2x + 2y + (m + 1)z = -m \\ x + my + (1 - m)z = 3 \\ 6x + 6my + (3m + 1)z = 4m \end{cases}$$

b) Résoudre le système pour  $m = 1$  et en donner une interprétation géométrique dans l'espace.

2) Dans un repère orthonormé de l'espace, on donne les points suivants:

A(5; 2; -2), B(2; 7; -1) et C(3; 1; 4).

- Montrer que A, B et C définissent un plan et déterminer une équation cartésienne du plan  $\pi$  contenant les points A, B et C.
- Déterminer un système d'équations cartésiennes de la droite  $d$  passant par A et perpendiculaire à  $\pi$ .

((6 + 5) + (5 + 4) = 20 points)

III. 1) Déterminer le terme en  $x^{10}$  du développement de  $\left(7x^2 - \frac{3}{2x}\right)^8$

2) Une urne contient 12 boules rouges, 5 boules noires et 8 boules bleues.

- On tire simultanément 3 boules. Calculer la probabilité qu'il y ait au moins une boule noire.
- On tire successivement, avec remise, 4 boules. Calculer la probabilité que ce soient 4 boules de la même couleur.
- On tire successivement, sans remise, 3 boules. Combien de tirages comportent 3 boules de la même couleur?
- On tire successivement, sans remise, 3 boules. Combien de tirages comportent exactement 1 boule bleue?

3) Dans un jeu de 32 cartes, on tire simultanément et au hasard 5 cartes.  
Calculer la probabilité d'obtenir

- exactement deux coeurs et un carreau,
- aucun roi.

(5 + 10 + 5 = 20 points)