

Epreuve écrite

Examen de fin d'études secondaires 2014

Section: D

Branche: Mathématiques I

Numéro d'ordre du candidat

Question 1

(15 points)

Soit $P(z) = z^3 - 3(1 - 2i)z^2 - (9 + 11i)z + 10 - 2i$.

Résoudre dans \mathbb{C} l'équation $P(z) = 0$, sachant que P admet une racine imaginaire pure.

Question 2

(6 + 6 + 3 = 15 points)

Soient les nombres complexes suivants :

$$z_1 = \frac{\sqrt{3}i}{i(1 - \sqrt{3}i)} - \frac{3\sqrt{3}i + 3}{4i} \quad \text{et} \quad z_2 = \frac{-3\sqrt{2}}{1 - i} \quad \text{et} \quad Z = \frac{z_1^2}{z_2}$$

- 1.) Ecrire z_1 et z_2 sous leur forme algébrique ainsi que sous leur forme trigonométrique.
- 2.) Calculer Z à l'aide des formes algébriques puis à l'aide des formes trigonométriques.
- 3.) Dédire des calculs précédents les valeurs exactes de $\cos \frac{\pi}{12}$, $\sin \frac{\pi}{12}$ et $\tan \frac{\pi}{12}$.

Question 3

(18 points)

Résoudre et discuter suivant les valeurs du paramètre réel m le système suivant :

$$\begin{cases} x + 3y + 2mz = 0 \\ mx + 2my + z = m \\ -mx + my + 2z = 0 \end{cases}$$

Indiquer dans chaque cas l'ensemble des solutions et donner une interprétation géométrique.

Question 4

(6 + 2 + 2 + 2 = 12 points)

Dans un repère orthonormé de l'espace on donne les points $A(0; -1; 2)$, $B(1; 0; 1)$ et $C(2; 5; 2)$.

- 1.) Déterminer un système d'équations paramétriques et une équation cartésienne du plan π comprenant les points A , B et C .
- 2.) Déterminer un système d'équations paramétriques de la droite d orthogonale au plan π et passant par le point A .
- 3.) Déterminer une équation cartésienne du plan π' parallèle au plan π et passant par le point $D(2; 9; -3)$.
- 4.) Déterminer l'intersection de la droite d avec le plan π' .