Epreuve écrite

Examen de fin d'études secondaires 2014

Section: B

Branche: Mathématiques I

Numéro d'ordre du candidat

septembre 2014

I. Nombres complexes ((3+4+3)+5 = 15 points)

1) Considérons dans $\mathbb{C}$ l'équation à coefficients complexes suivante :

(E) $\underbrace{4z^3 + \alpha z^2 + \beta z - 9 + \frac{9}{2}i}_{P(z)} = 0 \qquad \alpha, \beta \in \mathbb{C}$

a) Déterminez α *et* β sachant que : $\begin{cases} P\left(\frac{3}{2}\right) = 0 \\ P(i) = 5 + \frac{15}{2}i \end{cases}$

b) Résolvez (E) dans $\mathbb{C}$.

c) Notons $z_0 = \frac{3}{2}$ la solution réelle et z_1 *et* z_2 les deux autres solutions.

Si les points images des trois solutions dans le plan de Gauss sont M_0, M_1 *et* M_2, montrez que le triangle $M_0M_1M_2$ est rectangle.

2) Dans $\mathbb{C}$ on donne :$\mathbf{Z} = \frac{z+1-i}{z+i} \qquad z \neq -i$

Dans le plan de Gauss, A est l'ensemble des points d'affixe z tel que **Z** soit réel et B est l'ensemble des points d'affixe z tel que **Z** soit imaginaire pur.

Déterminez et construisez A et B (unité : 2cm).

II. Coniques ((4+4)+7=15pts)

1) Dans un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ on considère la conique C de foyer F(3 ;2), de directrice $d: x - 12 = 0$ et d'excentricité $e = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

a) Déterminez une équation focale et une équation réduite de C.

b) Dans le cas où C est une conique à centre donnez ses éléments caractéristiques dans le repère $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$. (centre, sommets, foyers, directrices)

2) Soit P la courbe d'équation : $P: x = -\frac{1}{4}y^2 - y + 2$ et $d: y = \frac{1}{5}x + \frac{17}{5}$. Déterminez les équations des tangentes éventuelles à P qui sont perpendiculaires à la droite d.

Epreuve écrite

Examen de fin d'études secondaires 2014 Section: B Branche: Mathématiques I	Numéro d'ordre du candidat Septembre 2014

III. Trajectoires et lieux (5+10=15pts)

1) On donne : $\Gamma : \begin{cases} x = \frac{2k}{1+k^2} \\ y = \frac{2k^2}{1+k^2} \end{cases}$

Donnez un élément de symétrie de Γ puis établir une équation cartésienne de Γ.

2) Déterminez une équation paramétrique et une équation cartésienne du lieu L des milieux des cordes du cercle $C: x^2 + y^2 = 4(y+1)$ sachant que ces cordes passent par l'origine du repère.

IV. Probabilités (4+6+(2+3)=15pts)

1) Calculez le terme en x^7 dans le développement de $\left(2x^3 - \frac{1}{5x}\right)^{13}$

2) Un forain a imaginé le jeu suivant : Le joueur fait tourner deux roues dont chacune est partagée en 10 secteurs de même aire.

Roue 1 : 2 secteurs rouges et 8 secteurs blancs.

Roue 2 : 1 secteur noir et 9 secteurs blancs.

- Le joueur gagne 10 € si la roue 1 s'arrête sur un secteur rouge et la roue 2 sur un secteur noir.
- Le joueur gagne 2 € si une des deux roues seulement s'arrête sur un secteur blanc.
- Le joueur gagne 1 € si les deux roues s'arrêtent sur un secteur blanc.

Calculez l'espérance mathématique de la variable aléatoire X : « gain du joueur ».

Sachant que pour avoir le droit de jouer (c'est-à-dire faire tourner les roues une fois) il faut payer 2€, aimeriez-vous jouer à ce jeu ?

3) Dans une région, il y a 3 chances sur 100 qu'un forage conduise à une nappe de pétrole.

a) Si on prévoit 30 forages, calculez la probabilité d'avoir au moins 3 succès.

b) Combien de forages doit-on prévoir pour que la probabilité de trouver du pétrole soit supérieure ou égale à 0,99.