

Epreuve écrite

Examen de fin d'études secondaires 2014

Section : C

Branche : Mathématiques I

Numéro d'ordre du candidat

Question I 9+(3+4+4) = 20 points

1) Résolvez dans \mathbb{C} l'équation $z^3 + (2+3i)z^2 + (7+i)z + 10+6i = 0$ sachant que cette équation admet une solution imaginaire pure.

2) Soient $z_1 = \frac{6\sqrt{3}+2i}{2+i\sqrt{3}}$, $z_2 = 4\sqrt{3} \operatorname{cis} \frac{\pi}{3}$.

a) Écrivez z_1 sous forme algébrique et sous forme trigonométrique.

b) Calculez $\frac{(z_1)^5}{(z_2)^4}$ et écrivez le résultat sous forme trigonométrique.

c) Calculez $z_3 = z_1 - z_2$ et les racines cubiques complexes de z_3 .

Question II 12+(5+1+2) = 20 points

1) On considère le système d'équations linéaires suivant :

$$\begin{cases} (m-1)x - 2y + (1-m)z = 2 \\ mx + y + z = m-1 \\ x + 2y + mz = -1 \end{cases} \quad (m \text{ étant un paramètre réel})$$

a) Pour quelles valeurs du paramètre réel m , le système admet-il une seule solution ?

b) Résolvez le système et donnez une interprétation géométrique dans les cas particuliers $m=1$ et $m=-1$.

2) Dans un repère orthonormé de l'espace, on considère le plan $\pi \equiv 3x - 6y + 9z = -6$ et la droite d passant par les points $A(4; -5; 4)$ et $B(0; 3; -8)$.

a) Établissez un système d'équations paramétriques de la droite d et déterminez l'intersection de la droite d et du plan π .

b) La droite d est-elle orthogonale au plan π ? Justifiez !

c) Établissez une équation cartésienne du plan α passant par B et parallèle au plan π .

Tournez la page s.v.p.

Question III 5+8+7 = 20 points

- 1) Calculez le terme en x^{17} dans le développement de $(3x^2 - x)^{12}$.

- 2) De combien de manières peut-on tirer d'un jeu de 32 cartes une main de 4 cartes comportant :
 - a) exactement 1 roi ?
 - b) exactement 1 roi et 2 valets ?
 - c) 3 cartes ayant la même valeur (p.ex. 3 valets) et une carte ayant une autre valeur ?

- 3) Une boîte contient 10 ampoules électriques dont 4 sont défectueuses. On en tire au hasard et successivement 5 ampoules sans remise. Quelle est la probabilité d'obtenir :
 - a) 4 ampoules électriques défectueuses suivies d'une ampoule non défectueuse ?
 - b) au moins une ampoule électrique défectueuse ?