

## Epreuve écrite

Examen de fin d'études secondaires 2014

Sections: C et D

Branche: Mathématiques II

Numéro d'ordre du candidat

---

### Exercice 1

( 1,5+2,5 = 4 points )

Soit  $a$  un réel strictement positif et distinct de 1.  
Démontrer, en justifiant, les propriétés suivantes :

1)  $\forall x > 0, (\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$

2)  $\forall x \in \mathbb{R}, (a^x)' = a^x \ln a$

### Exercice 2

( 4+(5+5) = 14 points )

1) Soit la fonction  $f$  définie par  $f(x) = \left(\frac{x+5}{x-1}\right)^{2x+3}$ .

Trouver le domaine de définition de  $f$ .

Calculer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ .

2) Résoudre dans  $\mathbb{R}$  :

a)  $\log_3 \sqrt{2x-3} \geq \log_3(6-x) - \log_9 x$ .

b)  $4e^{4x} + e^{-2x} = 3$

### Exercice 3


( (0,5+4+4+4+0,5+3)+6 = 22 points )

Soit la fonction  $f$  définie par  $f(x) = (x+2)^2 e^{-x}$ .

1) Etudier la fonction  $f$  :

- domaines de définition, de continuité et de dérivabilité
- limites aux bornes du domaine et asymptotes
- dérivée, tableau de variation et extrema éventuels
- concavité de la courbe et points d'inflexion éventuels
- points d'intersection de la courbe  $C_f$  avec l'axe des abscisses
- représentation graphique dans un repère orthonormé d'unité 1 cm

2) Soit un réel  $\lambda > -2$ . Calculer l'aire  $A_\lambda$  de la partie du plan comprise entre l'axe des  $x$ , le graphique de  $f$  et la droite d'équation  $x = \lambda$ . Calculer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} A_\lambda$ .

Tourner s.v.p. 

Examen de fin d'études secondaires 2014

Sections: C et D

Branche: Mathématiques II

Numéro d'ordre du candidat

---

**Exercice 4**

( 6+2 = 8 points )

Soit la fonction  $f$  définie par  $f(x) = \frac{x}{3} - 1 + \frac{\ln x}{x}$ .

- 1) Déterminer le domaine de définition et étudier le comportement asymptotique de la fonction  $f$ .
- 2) Etudier la position de la courbe représentative de  $f$  par rapport à ses asymptotes horizontales ou obliques éventuelles.

**Exercice 5**

( (3,5+3,5)+5 = 12 points )

- 1) Calculer les intégrales suivantes :

a)  $\int_0^{\frac{3}{2}} \frac{1+5x}{\sqrt{9-x^2}} dx$

b)  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x}{(5-2\sin^2 x)^3} dx$

- 2) Dans un repère orthonormé d'unité  $2 \text{ cm}$ , calculer, au  $\text{cm}^3$  près, le volume  $V$  du solide engendré par la rotation autour de l'axe des  $x$  de la surface comprise entre la parabole d'équation  $y = 4 - x^2$  et la droite d'équation  $y = 2 - x$ .