

## Epreuve écrite

Examen de fin d'études secondaires 2015

Section: C et D

Branche: MATHEMATIQUES II

Numéro d'ordre du candidat

\_\_\_\_\_

### QUESTION 1 : 16 (4+6+6) points

- 1) Démontrer que :  $\forall x \in \mathbb{R}, \forall a \in \mathbb{R}_+^* - \{1\}: (a^x)' = a^x \ln a$
- 2) Résoudre l'inéquation :  $\log_{0,5}(-2x^2 + 7x - 3) + \log_2(6 - 2x) \leq 1$
- 3) Résoudre l'équation :  $\frac{2^x+4}{2^{x-1}+2} = 2^{x+1}$

---

### QUESTION 2 : 15 (4+5+6) points

- 1) Calculer  $A = \int_0^{1/2} \frac{\text{Arctan}(2x)}{x^2 + \frac{1}{4}} dx$
- 2) Calculer  $B = \int \cos x \cdot \ln(1 + \cos x) dx$  sur  $]-\pi; \pi[$
- 3) Soit la fonction  $f$  définie par  $f(x) = e^{-x} \cdot \cos(2x)$   
Déterminer la primitive  $F$  de  $f$  qui s'annule en 0.

---

### QUESTION 3 : 9 points

Soit la fonction  $f$  définie par  $f(x) = -x + 2 - \frac{e^x - 1}{e^x}$ .

Déterminer  $\text{dom} f$ , étudier le comportement asymptotique de  $f$  et étudier la position de la courbe représentative de  $f$  par rapport à ses asymptotes éventuelles.

---

### QUESTION 4 : 20 (13+2+(3+2)) points

Soit la fonction  $f$  définie par  $f(x) = x - 1 - 2 \ln \frac{x}{x+1}$

- 1) Faire une étude de  $f$  ( domaines de définition et de continuité, comportement asymptotique, position relative de la courbe par rapport à l'asymptote oblique, dérivée première, dérivée seconde, tableau des variations )
- 2) Tracer  $C_f$ , la courbe représentative de  $f$  dans un RON. ( unité choisie : 1 cm )
- 3) a) Soit  $0 < \alpha < 1$ , calculer l'aire géométrique  $A(\alpha)$  de la partie du plan limitée par la courbe  $C_f$ , l'asymptote oblique et les droites d'équations  $x = \alpha$  et  $x = 1$ .  
  
b) Calculer  $\lim_{\alpha \rightarrow 0^+} A(\alpha)$