

# Epreuve écrite

Examen de fin d'études secondaires 2015

Section: C

Branche: Mathématiques I

Numéro d'ordre du candidat

Repêchage

- I. (a) On donne les nombres complexes  $z_1 = \sqrt{3} + i$  et  $z_2 = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{6}}{2}i$ .

Trouver la forme trigonométrique et la forme algébrique du complexe  $Z = \frac{z_1^5}{i \cdot z_2^2}$ .

- (b) Résoudre l'équation  $z^4 = Z$ .

**10 points**

- II. On donne le polynôme  $P(z) = z^3 - 5i \cdot z^2 + (-19 - 4i)z + (12 + 31i)$ .

(a) Vérifier que  $2 + i$  est une racine du polynôme  $P(z)$ .

(b) Résoudre l'équation  $P(z) = 0$ .

**10 points**

- III. Dans un repère orthonormé de l'espace on donne

les points  $P(3; -2; 4)$ ,  $Q(5; 0; -4)$ ,  $R(2; -1; 2)$

et la droite  $d \equiv \begin{cases} x = 2 - 2k \\ y = -4 + 3k \\ z = 1 + 4k \end{cases} \quad (k \in \mathbb{R})$

- (a) Vérifier que les points  $P$ ,  $Q$  et  $R$  définissent un plan  $\pi$ .
- (b) Établir une équation cartésienne de  $\pi$ .
- (c) Établir un système d'équations cartésiennes de  $d$ .
- (d) Trouver les coordonnées du point de percée  $I$  de la droite  $d$  dans le plan  $\pi$ .
- (e) Établir une équation cartésienne du plan  $\pi'$  orthogonal à  $d$  passant par l'origine du repère.

**2 + 3 + 3 + 3 + 1 = 12 points**

IV. On donne le système (S) 
$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ 3x + (m + 2)y + mz = -3 \\ 2x + (m + 1)y + (m^2 - 1)z = m - 4 \end{cases} \quad (m \in \mathbb{R})$$

- (a) Déterminer les valeurs de  $m$  pour lesquelles (S) a une solution unique.  
 (b) Résoudre (S) pour  $m = 0$  et en donner l'interprétation géométrique.

**8 points**

V. (a) Déterminer le terme en  $x^9$  du développement de  $\left(3x^2 - \frac{2}{5x}\right)^{12}$ .

- (b) Dix-huit personnes se sont présentées à une collecte de sang. Parmi celles-ci, on a noté onze personnes du groupe O, quatre personnes du groupe A, deux personnes du groupe B et une personne du groupe AB. A l'issue de la collecte, on prélève au hasard trois flacons parmi les dix-huit obtenus.

Calculer la probabilité de chacun des événements suivants:

- (1)  $E_1$  : les sangs des trois flacons appartiennent au même groupe
- (2)  $E_2$  : parmi les trois flacons prélevés, il y a au moins un flacon contenant du sang du groupe A
- (3)  $E_3$  : les sangs des trois flacons appartiennent à trois groupes différents

- (c) Pour accéder à un service sur internet, vous devez taper un mot de passe de quatre lettres choisies dans l'alphabet latin majuscule (26 lettres).

- (1) Combien de mots de passe de quatre lettres peut-on créer?
- (2) Combien de mots de passe de quatre lettres distinctes peut-on créer?
- (3) Combien de mots de passe de quatre lettres distinctes contenant la suite "AB" peut-on créer?

**5 + 10 + 5 = 20 points**