

Epreuve écrite

Examen de fin d'études secondaires 2015

Section: C

Branche: Mathématiques I

Numéro d'ordre du candidat

septembre

Question 1 – Nombres complexes

[8 + 4 + (3 + 3 + 2) = 20 points]

- 1) Soit le polynôme $P(z) = z^3 - (6 + 2i)z^2 + (12 + 15i)z - 9 - 27i$.
Résoudre dans \mathbb{C} l'équation $P(z) = 0$, après avoir vérifié que $3i$ est une solution.
- 2) Résoudre dans \mathbb{C} l'équation $z^3 = (21 - 20i)z$
- 3) On considère les nombres complexes : $z_1 = -2\text{cis}\frac{\pi}{4}$, $z_2 = \frac{i}{\sqrt{3} - i}$ et $Z = \frac{(z_1)^2}{(z_2)^4}$.
 - a) Écrire z_1 et z_2 sous forme trigonométrique.
 - b) Écrire Z sous forme trigonométrique, puis sous forme algébrique.
 - c) Calculer les racines cubiques de Z (sous leur forme trigonométrique).

Question 2 – Combinatoire et probabilités [5 + 8 + 7 = 20 points]

- 1) Calculer le terme en x^{16} dans le développement de $\left(2x^5 - \frac{1}{3x^3}\right)^8$.
- 2) Un coffre-fort est verrouillé et déverrouillé par un code de 4 chiffres.
Avec les 10 chiffres (0,1,2,3,4,5,6,7,8,9), combien peut-on créer
 - a) de codes de 4 chiffres qui ne commencent pas par 0 ?
 - b) de codes de 4 chiffres composés de 4 chiffres distincts ?
 - c) de codes de 4 chiffres distincts commençant par un chiffre pair et se terminant par 0 ?
 - d) de codes de 4 chiffres composés exactement d'un chiffre pair (utilisé deux fois) et d'un chiffre impair (utilisé deux fois) ? (par exemple : 8811, 4114, 2121, ...)
- 3) D'un jeu de 52 cartes, on tire au hasard et simultanément une main de 5 cartes.
Quelle est la probabilité d'obtenir une main de 5 cartes
 - a) qui comporte exactement 3 cœurs, dont la dame de cœur ?
 - b) qui comporte au moins un roi ?

(Tournez la page s.v.p.)

Epreuve écrite

Examen de fin d'études secondaires 2015

Section: C

Branche: Mathématiques I

Numéro d'ordre du candidat

Question 3 – Systèmes linéaires et géométrie analytique de l'espace [(4 + 5 + 1) + (5 + 5) = 20 points]

1) Dans l'espace muni d'un repère orthonormé,

on considère le plan $\pi_1 \equiv \begin{cases} x = 2\alpha - \beta + 3 \\ y = -\beta - 1 \\ z = -\alpha + 2 \end{cases} \quad (\alpha, \beta \in \mathbb{R})$ et le point $B(5; 1; 8)$.

- a) Établir une équation cartésienne du plan π_1 .
 - b) Soit d la droite passant par le point B et orthogonale au plan π_1 .
Déterminer les coordonnées du point d'intersection de la droite d et du plan π_1 .
 - c) Déterminer une équation cartésienne du plan π_2 parallèle au plan π_1 et passant par le point B.
- 2) a) Déterminer les valeurs du paramètre réel m pour lesquelles le système suivant admet une solution unique :
- $$\begin{cases} 5x + my - 3z = -7 \\ (m + 3)x - y + z = -2 \\ 5x - my + (2m - 3)z = 5 \end{cases}$$
- b) Résoudre et interpréter géométriquement le système lorsque $m = -3$.