

Epreuve écrite

Examen de fin d'études secondaires 2015

Section: D

Branche: Mathématiques I

Numéro d'ordre du candidat

I. Résolvez dans \mathbb{C} l'équation $z^3 - (4+3i)z^2 + (1+11i)z + 6(1-i) = 0$ sachant qu'elle admet une solution imaginaire pure. 16

II. Soient les nombres complexes suivants : 14

$$z_1 = \frac{(1+\sqrt{3}i)i}{\sqrt{3}+i} + \sqrt{3} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i \right), \quad z_2 = -\frac{\sqrt{2}-\sqrt{2}i}{\sqrt{2}i} \quad \text{et} \quad z_3 = \frac{z_1^2}{z_2}$$

a) Écrivez z_1 et z_2 sous leur forme algébrique ainsi que sous leur forme trigonométrique. 8

b) Calculez z_3 à l'aide des formes algébriques puis à l'aide des formes trigonométriques. 4

c) Déduisez des calculs précédents les valeurs exactes de $\cos\left(\frac{5\pi}{12}\right)$ et $\sin\left(\frac{5\pi}{12}\right)$. 2

III. Résolvez et discutez suivants les valeurs du paramètre réel m le système suivant :

$$\begin{cases} mx - my + z = 1 \\ x - y + mz = -1 \\ (m-2)x + (m-2)y + (m-2)z = 0 \end{cases} \quad 18$$

Indiquez dans chaque cas l'ensemble des solutions et donnez une interprétation géométrique.

IV. Dans un repère orthonormé de l'espace, soit d la droite passant par le point $A(4; -4; 0)$ et de vecteur directeur $\vec{u}(4; -4; -3)$. 12

Soit d' la droite définie par :

$$\begin{cases} x - y - 3z = -6 \\ x - 2y - 5z = -10 \end{cases}$$

a) Montrez que $d \cap d' = \emptyset$. 5

b) Trouvez une équation du plan π perpendiculaire à d passant par $M(1; 1; 2)$. 2

c) Déterminez l'intersection de π et de d' 5