



BRANCHE	SECTION(S)	ÉPREUVE ÉCRITE
Mathématiques 1 <i>Repêchage</i>	B	Durée de l'épreuve 3 heures
		Date de l'épreuve 13.06.2017
		Numéro du candidat

Question 1 [(7+3+1)+(2+2)=15 points]

A. On considère le polynôme $P(z) = (z - 7i) \cdot [z^3 - iz^2 + (15 - 24i)z + 72 + 9i]$.

- Résoudre dans \mathbb{C} l'équation $P(z) = 0$ sachant que P admet deux racines imaginaires pures.
- Si A, B, C et D sont les points du plan de Gauss qui ont pour affixe les racines de P , prises dans l'ordre croissant de leur partie imaginaire, déterminer la nature du quadrilatère ABDC.
- En utilisant les nombres complexes, déterminer l'amplitude de l'angle \widehat{ABC} à 10^{-2} degrés près.

B.

- Résoudre dans \mathbb{C} l'équation $z^4 + 16 = 0$ et donner les solutions sous forme trigonométrique et sous forme algébrique.
- Déduire de ce qui précède une factorisation de $z^4 + 16$ en polynômes du 2^e degré à coefficients réels.

Question 2 [(6+5)+(2+2+1)=16 points]

A. Une urne contient neuf boules numérotées de 1 à 9. Un joueur tire au hasard simultanément trois boules de l'urne. S'il obtient 3 numéros pairs, il gagne 4€. S'il obtient exactement 2 numéros pairs, il gagne 2€. S'il obtient exactement 1 numéro pair, il gagne 1€. Sinon il perd 2€.

- Soit X la variable aléatoire égale au gain du joueur après une partie. Déterminer sa loi de probabilité, son espérance et son écart-type.
- Le joueur joue n parties successives en remettant les boules dans l'urne après chaque partie. On note Y la variable aléatoire égale au nombre de fois qu'il gagne 4€.
 - Déterminer la loi de probabilités de Y .
 - Déterminer n pour que la probabilité de gagner au moins une fois 4€ soit supérieure à 60%.

B. Un glacier a un stand avec 10 parfums différents : 4 glaces et 6 sorbets.

- Combien de bols différents de 3 boules, non nécessairement distinctes, peut-il former ?
- Un client choisit au hasard 4 parfums différents. Quelle est la probabilité qu'il ait choisi au moins 3 sorbets ?
- Le glacier a préparé 11 bacs de glace : 2 pour la glace vanille et un pour chacun des autres parfums. De combien de manières peut-il ranger ces 11 bacs dans son stand qui comporte 15 emplacements ?

Question 3 [(3+5+2)+5=15 points]

1. Dans un repère orthonormé, on considère la conique $\Gamma \equiv 4x^2 - 5y^2 = 16$.
 - a) Donner la nature de Γ et préciser ses éléments caractéristiques (centre, sommets, foyers, axe focal et asymptotes éventuelles).
 - b) Déterminer les tangentes à Γ qui sont perpendiculaires à la droite $d \equiv 5x + 6y = 1$ et calculer les coordonnées des points de contact.
 - c) Représentez graphiquement Γ et les tangentes trouvées dans un repère orthonormé.

2. Dans un repère orthonormé, on considère les points $A(1; -3)$ et $B(1; 1)$ et l'ensemble Γ des points M , tel que $MA + MB = 5$.

Déterminer la nature, le centre, les foyers, les sommets, l'excentricité et l'équation réduite de Γ .

Question 4 [(1+3+1)+(6+3)=14 points]

- A. Dans un repère orthonormé, on considère la courbe $C \equiv \begin{cases} x = \cos(2t) - 2 \\ y = 2 \sin t \end{cases}$, où $t \in [-\pi, \pi]$
 1. Montrer que C possède un élément de symétrie et en déduire une réduction du domaine d'étude.
 2. Déterminer une équation cartésienne de C et préciser la nature de C .
 3. Représenter graphiquement C .

- B. On considère deux droites parallèles d et d' qui ont une distance de 4 unités et une droite e perpendiculaire à d qui coupe d et d' en A respectivement en B.
 1. Déterminer le lieu L_k des points M, dont la somme des carrés des distances aux droites d, d' et e est égale au réel k . Préciser la nature de L_k et les éléments caractéristiques nécessaires à une représentation graphique soignée.
 2. Déterminer k pour que L_k passe par A et par B et représenter graphiquement L_k dans ce cas.