LE GOUVERNEMENT
DU GRAND-DUCHÉ DE LUXEMBOURG
Ministère de l'Éducation nationale,
de l'Enfance et de la Jeunesse

EXAMEN DE FIN D'ÉTUDES SECONDAIRES
2017

BRANCHE	SECTION(S)	ÉPREUVE ÉCRITE
Mathématiques I	D	*Durée de l'épreuve* 1h45
		Date de l'épreuve 13.6.2017
		Numéro du candidat

I. 1. Soient $P(z) = z^2 - 8z + 25$,

$Q(z) = z^4 - 8z^2 + 25$

et $R(z) = z^3 - (8 + i\sqrt{3})z^2 + (25 + i8\sqrt{3})z - i25\sqrt{3}$.

a. Déterminer toutes les racines de P dans $\mathbb{C}$.

b. Résoudre l'équation $Q(z) = 0$ dans $\mathbb{C}$.

c. Sachant que R admet une racine imaginaire pure, factoriser R dans $\mathbb{C}$.

2. Soient $z_1 = \frac{i}{2i\sqrt{3}-2}$

$z_2 = \frac{1-i\sqrt{3}}{2i}$

et $z_3 = -\sqrt{2}(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4})$

a. Déterminer la forme algébrique de z_1 et de z_2.

b. Soit $Z = \frac{z_3^6}{z_2}$. Déterminer la forme trigonométrique de Z.

3. Soit $z = -i\sqrt{3} - 1$.

Déterminer les racines quatrièmes de z et représenter-les dans le plan de Gauss.
(3cm$\equiv \sqrt[4]{2}$)

((2+8+7) + (3+5) + 7) = 32 points)

II. 1. Soit le système (*): $\begin{cases} x + \frac{y}{3} - z = \frac{1}{3} - m \\ 4x + 3y + mz = 4m \\ 2mx + y - mz = m - 1 \end{cases}$

a. Déterminer les valeurs du paramètre réel m, tels que (*) possède une solution unique.

b. Résoudre (*) si $m = 1$ et donner une interprétation géométrique.

2. Résoudre le système d'équations (**): $\begin{cases} 2x - \sqrt{6}y - 2\sqrt{3}z = \sqrt{2} \\ -2\sqrt{3}x + 3\sqrt{2}y + 6z = -2 \\ \sqrt{3}x - \frac{3\sqrt{2}}{2}y - 3z = 1 \end{cases}$

et donner une interprétation géométrique.

((4+7) + 5 = 16 points)

III. Dans l'espace muni d'un R.O.N.,

soient les points A(1; –2; 0), B(2; –1;3) et C(0; 1; –2) et le vecteur $\vec{u}\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}$.

1. Déterminer les équations paramétriques de la droite d = (AB).

2. Déterminer une équation cartésienne du plan π, contenant la droite d et dont $\vec{u}$ est un vecteur directeur.

3. Déterminer un système d'équation cartésiennes de d', perpendiculaire à π et passant par le point C.

(3 + 3 + 6 = 12 points)