



BRANCHE	SECTIONS	ÉPREUVE ÉCRITE
MATHÉMATIQUES II	C, D	Durée de l'épreuve 2 h 45
		Date de l'épreuve 20 septembre 2017
		Numéro du candidat

**QUESTION 1** (4+(6+4)=14 points)

(1) Démontrez la propriété suivante :

Si  $F$  et  $G$  sont des primitives de  $f$  sur un intervalle  $I \subset \text{dom}_c f$ , alors il existe une constante réelle  $C$  telle que :

$$(\forall x \in I) \quad F(x) - G(x) = C$$

(2) Résolvez dans  $\mathbb{R}$  :

(a)  $\log_{\frac{1}{2}}(2-x) - \log_{\sqrt{2}}\sqrt{x+4} \geq \log_2 \frac{1}{(x+3)^2}$

(b)  $9 + 10 \cdot 5^{-1-x} = 5^{x+1}$

---

**QUESTION 2** (3+(4+4)+4+(3+3)=21 points)

(1) Calculez la limite suivante :  $\lim_{x \rightarrow 0} (1-2x)^{\frac{1}{2x}}$ .

(2) Déterminez les intégrales suivantes :

(a)  $\int_0^3 \frac{3x+1}{\sqrt{9-x^2}} dx$

(b)  $\int_2^{2e} (1+x^2) \ln\left(\frac{x}{2}\right) dx$

(3) On considère la fonction  $f$  définie par  $f(x) = \sin(2x) \cos^2 x$ .

Déterminez la primitive  $F$  de  $f$  sur  $\mathbb{R}$  qui prend la valeur  $\frac{1}{8}$  pour  $x = \frac{\pi}{4}$ .

(4) Dans un repère orthonormé on considère les courbes des fonctions définies par

$$f(x) = \frac{1}{4}x^2 \text{ et } g(x) = 2\sqrt{x}.$$

(a) Étudiez la position de  $C_f$  par rapport à  $C_g$ .

(b) Calculez le volume engendré par rotation autour de l'axe  $(Ox)$  de la surface délimitée par  $C_f$  et  $C_g$ .

**QUESTION 3** (13+4+(6+2)=25 points)

Soit la fonction  $f$  définie par :  $f(x) = (2x + 1)^2 \cdot e^{-x}$ .

- (1) Faites l'étude de  $f$  : domaine, limites aux bornes du domaine et asymptotes éventuelles, dérivée, dérivée seconde, tableau récapitulatif complet (sens de variation, extrema, concavité, points d'inflexion).
  - (2) Représentez graphiquement la fonction  $f$  dans un repère orthonormé (unité : 1 cm sur les deux axes).
  - (3) (a) Calculez l'aire  $A(\lambda)$  de la partie du plan délimitée par  $C_f$ , l'axe des abscisses et la droite d'équation  $x = \lambda$ , où  $\lambda > -\frac{1}{2}$ .
  - (b) Calculez  $\lim_{\lambda \rightarrow +\infty} A(\lambda)$ .
-