



BRANCHE	SECTION	ÉPREUVE ÉCRITE
Mathématiques I	C	Durée de l'épreuve 1 h 45
		Date de l'épreuve 15 septembre 2017
		Numéro du candidat

**Question I ((2 + 10) + (4 + 2) = 18 points)**

- Dans  $\mathbb{C}$ , on donne le polynôme  $p(z) = 2z^3 - (7 - 4i)z^2 + (13 - 25i)z + 12 + 21i$ .
  - Démontrer que  $-3i$  est une racine de  $p(z)$ .
  - Résoudre l'équation  $p(z) = 0$  dans  $\mathbb{C}$ .
- On considère le nombre complexe  $z = (2 - 3i)^2 - \frac{17(3+i)}{i-4} + \frac{3+2i}{i}$ .
  - Ecrire  $z$  sous forme algébrique et sous forme trigonométrique.
  - Calculer les racines cubiques de  $z$ . Donner les résultats sous forme trigonométrique.

**Question II ((3 + 9) + (4 + 4 + 2) = 22 points)**

- Soit le système suivant ( $m \in \mathbb{R}$ ) :
$$\begin{cases} mx - y + (m+1)z = 0 \\ (m+2)x - my + 3z = 1 \\ 2x + z = m \end{cases}$$
  - Déterminer les valeurs du paramètre réel  $m$  pour lesquelles ce système admet une solution unique.
  - Résoudre et interpréter géométriquement ce système si  $m = -4$  et si  $m = 1$ .
- Dans un repère orthonormé de l'espace, on donne les points  $A(-2; -6; 0)$ ,  $B(1; 2; 7)$ ,  $C(3; 0; -3)$  et  $P(0; 2; -4)$ .
  - Déterminer une équation cartésienne du plan  $\pi$  parallèle au plan  $(ABC)$  et passant par le point  $P$ .
  - Déterminer un système d'équations cartésiennes de la droite  $(PC)$ .
  - Démontrer que la droite  $(PC)$  est perpendiculaire au plan  $(ABC)$ .

**Question III (4 + (3 + 2 + 3) + (2 + 2 + 4) = 20 points)**

- 1) Déterminer le terme en  $x^{18}$  du développement de  $\left(2x^5 - \frac{5}{x^3}\right)^{10}$ .
- 2) A la gare de Luxembourg, parmi 20 passagers qui ont exactement un billet, 9 passagers ont un billet pour Esch-sur-Alzette, 6 passagers ont un billet pour Dudelange et 5 passagers ont un billet pour Mersch.  
On choisit au hasard trois de ces passagers.
  - a) Quelle est la probabilité que ces trois passagers aient trois destinations différentes ?
  - b) Quelle est la probabilité que ces trois passagers aient la même destination ?
  - c) Quelle est la probabilité qu'au moins un des passagers ait un billet pour Mersch ?
- 3) En utilisant les huit lettres du mot PASSAGER, on forme des mots de quatre lettres sans se soucier du sens de ces mots.  
Combien peut-on former de mots de quatre lettres
  - a) ayant quatre lettres distinctes ?
  - b) ayant quatre lettres distinctes et commençant par une consonne ?
  - c) comportant une seule fois la lettre A ?