



BRANCHE	SECTION(S)	ÉPREUVE ÉCRITE
<b>Mathématiques I</b>	<b>D</b>	<i>Durée de l'épreuve</i> 1h45
		<i>Date de l'épreuve</i>
		<i>Numéro du candidat</i>

**Exercice 1**

3+5+6=14 Points

1) Montrez que le nombre  $\frac{-4-4\sqrt{3}i}{2i} + \frac{13-11i}{3-i}$  est un nombre réel.

2) Soient les nombres complexes  $z_1 = -4 - 4\sqrt{3}i$  et  $z_2 = \sqrt{2} - \sqrt{2}i$ .

a) Calculez les racines cubiques complexes de  $z_1$ .

b) Calculez  $z = \frac{(z_1)^4}{(z_2)^6}$  et écrivez le résultat sous forme trigonométrique et algébrique.

**Exercice 2**

12 Points

Résolvez dans  $\mathbb{C}$  l'équation suivante sachant qu'elle admet une solution réelle :

$$z^3 + (-7 + 3i) \cdot z^2 + (10 - 17i) \cdot z + 6 + 24i = 0$$

**Exercice 3**

18 Points

Résolvez, discutez et interprétez géométriquement le système suivant pour lequel  $m$  est un paramètre réel.

$$\begin{cases} mx + 2y + z = 1 \\ 12x + 5my - 10z = 11 \\ 2mx + 3y + 4z = 1 \end{cases}$$

**Exercice 4**

3+5+1+3+1+3 = 16 Points

Dans l'espace muni d'un repère orthonormé on donne les points  $A(1; -2; 3)$ ,  $B(9; 2; -3)$  et  $C(2; 1; -2)$

ainsi que la droite  $d_1$  définie par  $d_1 \equiv \begin{cases} x = 2 + 2\alpha \\ y = 2 - \alpha \\ z = -1 + \alpha \end{cases}$  où  $\alpha \in \mathbb{R}$ .

- Établissez un système d'équations cartésiennes de  $d_1$ .
- Vérifiez que  $A$ ,  $B$  et  $C$  ne sont pas alignés et établissez une équation cartésienne du plan  $\pi_1$  passant par les trois points.
- Déterminez les coordonnées du point d'intersection  $E$  de  $\pi_1$  et l'axe des abscisses.
- Déterminez les coordonnées du point d'intersection  $F$  de  $\pi_1$  et de la droite  $d_1$ .
- Établissez un système d'équation paramétrique de la droite  $d_2 = (GH)$  où  $G(0; 1; -2)$  et  $H(6; -1; 2)$ .
- Vérifiez que  $d_1$  et  $d_2$  n'ont aucun point commun.