



BRANCHE	SECTION	ÉPREUVE ÉCRITE
Mathématiques I	D	<i>Durée de l'épreuve :</i> 1h45 <i>Date de l'épreuve :</i> 17.09.2018

Exercice 1

(5+4+4=13 points)

Dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ de l'espace, on donne les points suivants :

$$A(1; -1; -3), \quad B(-3; 0; \frac{1}{2}), \quad C(5; 7; -2) \quad \text{et} \quad D(-\frac{5}{2}; 5; -1)$$

1. Vérifiez que A , B et C ne sont pas alignés, puis déterminez un système d'équations paramétriques et une équation cartésienne du plan π passant par les points A , B et C .
2. Déterminez un système d'équations paramétriques et un système d'équations cartésiennes de la droite d passant par le point D et perpendiculaire au plan π .
3. Déterminez les coordonnées du point E , point de percée de d dans π .

Exercice 2

((3+7)+6=16 points)

On donne le système suivant, où m est un paramètre réel :

$$\begin{cases} (m+2)x - my = 1 \\ -2x + 2my - 2z = 6m \\ mx + my + z = 1 \end{cases}$$

1. Déterminez les valeurs du paramètre réel m pour lesquelles le système admet une solution unique, puis calculez cette solution en fonction de m .
2. Résolvez et interprétez géométriquement le système dans les cas où il n'y a pas de solution unique.

Exercice 3

(3+11=14 points)

On donne $P(z) = z^4 - 6z^3 + 24z^2 - 18z + 63$.

1. Calculez $P(\sqrt{3}i)$ et $P(-\sqrt{3}i)$.
2. Factorisez $P(z)$ et résolvez l'équation $P(z) = 0$.

Exercice 4

(8 points)

On donne le nombre complexe $z = \frac{1 - i^{2018}}{(1 - i)^{2018}}$.

Ecrivez z sous forme algébrique et sous forme trigonométrique.

Exercice 5

(1+3+2+3=9 points)

On donne les nombres complexes $z_1 = 1 - i$ et $z_2 = 2 + \sqrt{3} + i$.

1. Ecrivez z_1 sous forme trigonométrique.
2. Ecrivez $\frac{z_2}{z_1}$ sous forme algébrique.
3. Montrez que $\frac{z_2}{z_1} = (1 + \sqrt{3})cis\frac{\pi}{3}$.
4. Déduisez-en la forme trigonométrique de z_2 .