



BRANCHE	SECTION(S)	ÉPREUVE ÉCRITE
MATHÉMATIQUES II	C, D	Durée de l'épreuve : 2h45 Date de l'épreuve : 20.09.2018

Théorie : (4 points)

Démontrez le théorème suivant :

Soit f une fonction continue sur $[a, b] \subset \mathbb{R}$.

Soit F une primitive de f sur $[a, b]$, alors pour tout $x \in [a, b]$, $\int_a^x f(t) dt = F(x) - F(a)$

en particulier : $\int_a^b f(t) dt = F(b) - F(a)$, noté $[F(t)]_a^b$.

Exercice 1 : (4+5 = 9 points)

Résolvez les inéquations suivantes :

1) $\frac{-1-e^{-1-x}}{4+e^x} + \frac{1}{4} \leq 0$

2) $\log_{0,5}(4x^2 - 14) + 1 \geq 2 \cdot \log_{0,5}(x - 1)$

Exercice 2 : (4 points)

Calculez $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2x+4}{2x+3} \right)^{x+1}$.

Exercice 3 : (0,5+5+4+4,5+3 = 17 points)

On donne $f: x \mapsto \frac{e^{2x}}{\left(\frac{1}{2}x+1\right)^2}$.

- 1) Déterminez le domaine de définition.
- 2) Déterminez les limites aux bornes du domaine de définition et étudiez l'existence d'asymptotes éventuelles.
- 3) Calculez la dérivée première, étudiez les variations de f et l'existence d'extrema.
- 4) Calculez la dérivée seconde, étudiez la concavité de f et l'existence de points d'inflexion.
- 5) Tracez le graphe de f dans un R.O.N. (unité 1cm) en indiquant tous les éléments importants.

Tournez la page s.v.p. ↻

Exercice 4 : (5+4+5 = 14 points)

1) Soit la fonction f définie par : $f(x) = \frac{12x-2}{(3x^2-x+1)^2}$.

Déterminez la primitive F de f sur \mathbb{R} pour laquelle $F(1) = \frac{4}{3}$.

2) Calculez $\int_0^{\frac{5}{4}} \frac{5-4x}{25+16x^2} dx$.

3) Calculez $\int e^{-2x} \cos(-2x) dx$.

Exercice 5 : (2+4 = 6 points)

Soit la fonction f définie par $f(x) = \frac{2 \ln(x)+1}{2 \ln(x)-1}$.

1) Déterminez le domaine de définition de f .

2) Calculez $f'(x)$ puis une équation de la tangente à la courbe C_f au point d'intersection de C_f avec l'axe des abscisses.

Exercice 6 : (6 points)

Calculez, dans un repère orthonormé du plan, l'aire \mathcal{A} de la partie du plan délimitée par les graphes des fonctions f et g définies par :

$$f(x) = -2x - 1 \quad \text{et} \quad g(x) = -x^3 + 3x^2 + 8x - 1.$$