



BRANCHE	SECTION(S)	ÉPREUVE ÉCRITE
<b>Mathématiques I</b>	<b>D</b>	Durée de l'épreuve : 105 minutes Date de l'épreuve : 04/06/2019

**Question I (12 points)**

Résoudre dans  $\mathbb{C}$  l'équation  $2z^3 + (3 - 2i)z^2 + (-19 + 5i)z + 4 + 52i = 0$  sachant qu'elle admet une solution réelle.

**Question II (3+4+2+3 = 12 points)**

Soit le nombre complexe  $z = \frac{(1-i)(-\sqrt{3}+i)}{1-i\sqrt{3}}$ .

- 1) Ecrire  $z$  sous forme algébrique.
- 2) Ecrire  $z$  sous forme trigonométrique.
- 3) En déduire les valeurs exactes de  $\cos \frac{11\pi}{12}$  et de  $\sin \frac{11\pi}{12}$ .
- 4) Calculer les racines cubiques de  $z$ .

**Question III (6 points)**

Soit  $P(z) = z^3 - (1 - 4i)z^2 + (m - 10i)z - 5m(3 - 2i)$ .

Déterminer la valeur du paramètre complexe  $m$  sachant que  $P(z)$  est divisible par  $z - 2i$ .

**Question IV (17 points)**

Résoudre, discuter et interpréter géométriquement suivant les valeurs du paramètre réel  $m$  le système :

$$\begin{cases} mx + 4y + 2z = 2m \\ (m - 1)x + my + z = m \\ x + 3y + z = 2 \end{cases}$$

**Question V** (3+5+5 = 13 points)

Dans un repère orthonormé de l'espace, on considère les points  $A(2, -1, 0)$ ,  $B(-3, 0, 2)$ ,  $C(1, 2, -1)$ ,  $D(7, -4, 5)$  et  $E(-1, -2, 1)$ .

- 1) Déterminer une équation cartésienne du plan  $\pi$  passant par les points  $A$ ,  $B$  et  $C$ .
- 2) Soit  $d$  la droite perpendiculaire à  $\pi$  et passant par  $D$ . Déterminer l'intersection  $d \cap \pi$ .
- 3) Déterminer une équation cartésienne du plan  $P$  passant par le point  $E$  et contenant la droite  $g$   
d'équations :  $\begin{cases} x - y = 4 \\ y + z = 3 \end{cases}$ .