



BRANCHE	SECTION(S)	ÉPREUVE ÉCRITE
Mathématiques I	C	Durée de l'épreuve : 1 heure 45 min Date de l'épreuve : 16 septembre 2019

Question I

((2+8)+(4+3+3)=20 points)

1) Soit $P(z) = 2z^3 + 5z^2 + 10iz^2 - 10z + 36iz - 55 - 50i$ avec $z \in \mathbb{C}$.

- Montrer que $z_0 = -5i$ est une racine de P .
- Résoudre dans \mathbb{C} l'équation $P(z) = 0$.

2) On donne le nombre complexe $z_1 = \frac{(2-3i)^2}{i} + \frac{10+5i}{2-i}$.

- Écrire z_1 sous forme algébrique puis sous forme trigonométrique.
- Résoudre dans \mathbb{C} l'équation $z^3 = \bar{z}_1$.
- Représenter les solutions de l'équation dans le plan complexe.

Question II

(13+(1+2+4)=20 points)

1) Discuter, résoudre et interpréter géométriquement le système suivant :

$$\begin{cases} 3x + 3y + (m-1)z = 3 \\ 2x - y + mz = 0 \\ (m-3)x - 5y + z = -4 \end{cases} \quad \text{où } m \text{ est un paramètre réel.}$$

2) Dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ de l'espace on considère le point $A(1; -2; 5)$ et le plan π d'équation $5x - y + 2z + 7 = 0$.

- Est-ce que $A \in \pi$?
- Déterminer un système d'équations paramétriques de la droite d passant par le point A et perpendiculaire au plan π .
- Déterminer les coordonnées du point d'intersection I de la droite d avec le plan π .

Question III

(5+(2+3+3)+(1+3+3)=20 points)

1) Calculer le terme en $\frac{1}{x^3}$ dans le développement de $\left(\frac{x^7}{3} - \frac{2}{x^2}\right)^6$.

2) Dans un jeu de 32 cartes, on tire simultanément 5 cartes au hasard. Calculer la probabilité de :

- l'évènement A : « tirer une main ayant au moins une carte de chaque couleur ($\spadesuit, \heartsuit, \clubsuit, \diamondsuit$) » ;
- l'évènement B : « tirer une main ayant au moins 3 cartes de la même couleur ($\spadesuit, \heartsuit, \clubsuit, \diamondsuit$) » ;
- l'évènement C : « tirer une main contenant exactement une figure et exactement trois cœurs ».

3) Le code d'accès à l'entrée d'un immeuble (digicode) est composé de cinq caractères. Les caractères possibles sont les lettres A, B, ainsi que tous les chiffres (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9).

- Combien de codes peut-on former ?
- Combien de codes composés d'une lettre et de quatre chiffres distincts peut-on former ?
- Combien de codes peut-on former si le code doit commencer par la lettre A, comporter exactement deux lettres, comporter trois chiffres distincts et se terminer par un chiffre pair ?