



BRANCHE	SECTION(S)	ÉPREUVE ÉCRITE
<b>Mathématiques I</b>	<b>D</b>	<i>Durée de l'épreuve :</i> 125 (105+20) <i>Date de l'épreuve :</i> 9 juin 2020

Numéro du candidat : \_\_\_\_\_

### Instructions

- L'élève répond à toutes les questions de la partie 1.
- L'élève répond à exactement 2 questions de la partie 2. Il indique ses choix en cochant les cases appropriées ci-dessous.

Seules les réponses correspondant aux questions choisies par l'élève seront évaluées. Toute réponse à une question non choisie par l'élève est cotée à 0 point. En l'absence de choix clairement renseigné sur la page de garde la partie au choix est cotée à 0 point.

#### Partie 1

- Question 1 : Équation du 3<sup>ème</sup> degré dans  $\mathbb{C}$       12 points
- Question 2 : Calculs dans  $\mathbb{C}$       8 points

#### Partie 2

- Question 3 : Calculs dans  $\mathbb{C}$       20 points
- Question 4 : Calculs dans  $\mathbb{C}$       20 points
- Question 5 : Systèmes linéaires      20 points
- Question 6 : Géométrie analytique      20 points

**Partie I****Question 1****[12 points]**

On donne le polynôme  $P$  défini par :  $P(z) = z^3 + (-1 + 3i)z^2 + (-6 + 5i)z - (14 + 8i)$ .

Résolvez  $P(z) = 0$  dans  $\mathbb{C}$  sachant que le polynôme  $P$  admet une seule racine imaginaire pure.

**Question 2****[3+5=8 points]**

1. Calculez et donnez le résultat sous forme  $a + bi$  :

$$Z = \left( \frac{4 - 3i}{1 - \sqrt{5}i} \right)^2 : (2 - \sqrt{5} \cdot i)$$

2. Résolvez dans  $\mathbb{C}$  l'équation :  $(5 + 2i)z - (3 - 4i)\bar{z} = 7 - i$

**Partie 2****Question 3****[(10+2)+8=20 points]**

1. Soit le nombre complexe  $z = \frac{-\sqrt{6} + \sqrt{2}i}{i \cdot (1 - i)}$

(a) Ecrivez  $z$  sous forme algébrique et sous forme trigonométrique.

(b) Déduisez-en les valeurs exactes de  $\cos \frac{7\pi}{12}$  et de  $\sin \frac{7\pi}{12}$ .

2. Soit le nombre complexe  $z = -64i$ .

Déterminez les racines cubiques complexes de  $z$  sous forme trigonométrique, puis sous forme algébrique.

**Question 4****[8+12=20 points]**

1. Résolvez dans  $\mathbb{C}$ , puis portez dans le plan de Gauss les points dont les affixes sont les solutions trouvées :

$$z^5 = 16\sqrt{3} - 16i$$

2. On donne le nombre  $Z$  :  $Z = \frac{(\sqrt{2}i)^7 \cdot (3\sqrt{2} - \sqrt{6}i)^3}{(\sqrt{3} + 3i)^5}$

Ecrivez  $Z$  sous forme trigonométrique, puis sous forme algébrique.



**Question 5****[20 points]**

On donne le système :

$$\begin{cases} 2x + (m - 2)y + 2z = m + 2 \\ -x + (2 - m)y + z = -1 \\ (m - 2)x + 3y = m - 2 \end{cases}$$

Résolvez, discutez et interprétez géométriquement ce système suivant les valeurs du paramètre réel  $m$ .**Question 6****[4+4+1+3+2+3+3=20 points]**Dans un repère orthonormé de l'espace on donne les points  $A(-2; 1, -1)$ ,  $B(-3; 2; 1)$ et  $C(-1; 3; 2)$  et la droite  $d$  définie par :  $d \equiv \begin{cases} x + 2y + 3z = 4 \\ 5x + 4y + 5z = 3 \end{cases}$ 

1. Vérifiez que les points  $A$ ,  $B$  et  $C$  ne sont pas alignés, puis déterminez une équation cartésienne du plan  $\pi$  contenant les points  $A$ ,  $B$  et  $C$ .
2. Déterminez un système d'équations paramétriques de la droite  $d$ .
3. Vérifiez que la droite  $d$  est perpendiculaire au plan  $\pi$ .
4. Déterminez les coordonnées du point de percée  $D$  de  $d$  dans  $\pi$ .
5. Déterminez les coordonnées du point  $E$  de  $d$  dont la cote vaut  $-4$ .
6. Déterminez un système d'équations cartésiennes de la droite  $d' = (AE)$ .
7. Déterminez un système d'équations paramétriques du plan  $\pi'$  perpendiculaire au plan  $\pi$  et contenant la droite  $d'$ .