



BRANCHE	SECTION(S)	ÉPREUVE ÉCRITE
Mathématiques I	D, E-MATHF	Durée de l'épreuve : 1h 45 min Date de l'épreuve : 01/06/2021

**Question 1 (10 points)**

On donne le polynôme  $P$  défini par :  $P(z) = z^3 + (-1 - i)z^2 + 39z - 49 - 119i$ .

Résolvez  $P(z) = 0$  dans  $\mathbb{C}$  sachant que le polynôme  $P$  admet une seule racine imaginaire pure.

**Question 2 (7 + 8 + 5 = 20 points)**

Les trois questions de cet exercice sont indépendantes.

1) Soit le nombre complexe  $z = \frac{(-1 + \sqrt{3}i)^{12}}{(4 - 4i)^6}$

Ecrivez  $z$  d'abord sous forme trigonométrique, puis sous forme algébrique.

2) Déterminez sous forme trigonométrique les racines cinquièmes complexes du nombre complexe  $Z = 512\sqrt{3} - 512i$  et représentez dans le plan de Gauss les points dont les affixes sont les racines trouvées.

3) Soit le nombre complexe  $z = \frac{2 + 2\sqrt{2} - 2i}{1 + \sqrt{2} + i}$

Montrez que la forme algébrique de  $z$  est  $z = \sqrt{2} - \sqrt{2}i$ .

**Question 3 (3 + 3 + 3 + 3 = 12 points)**

On donne le système suivant, où  $m$  est un paramètre réel :

$$\begin{cases} 2x + (m-1)y + 2z = m \\ -x + my + z = -1 \\ (m+1)x - y + 3z = -1 \end{cases}$$

- 1) Déterminez les valeurs du paramètre réel  $m$  pour lesquelles le système admet une solution unique.
- 2) Résolvez et interprétez géométriquement le système pour  $m = 8$ .
- 3) Résolvez et interprétez géométriquement le système pour  $m = 0$ .
- 4) Résolvez et interprétez géométriquement le système pour  $m = 7$ .

**Question 4** (4 + 4 + 3 + 1 + 2 + 2 + 2 = 18 points)

Dans un repère orthonormé de l'espace,

on donne les points  $A(2; -1; 3)$ ,  $B(-4; 3; -1)$ ,  $C(1; 2; 4)$ ,  $E(9; 0; -8)$ ,  $F(3; 1; 2)$ ,  $G(-15; y; z)$ ,

le plan  $\pi_1 \equiv 4x - y + 2 = 0$  et le plan  $\pi_2 \equiv 2x + y - z = 3$ .

Les points  $A, B$  et  $C$  ne sont pas alignés.

- 1) Déterminez une équation cartésienne du plan  $\pi_3$  contenant les points  $A, B$  et  $C$ .
- 2) Déterminez un système d'équations paramétriques et un système d'équations cartésiennes de la droite  $d$  passant par le point  $E$  et perpendiculaire au plan  $\pi_3$ .
- 3) Déterminez les coordonnées du point  $D$ , point de percée de la droite  $d$  dans  $\pi_3$ .
- 4) Vérifiez que le point  $F$  n'appartient pas au plan  $\pi_2$ .
- 5) Déterminez une équation cartésienne du plan  $\pi_4$  contenant le point  $F$  et parallèle au plan  $\pi_2$ .
- 6) Déterminez les composantes de deux vecteurs directeurs non colinéaires du plan  $\pi_1$ .
- 7) Déterminez l'ordonnée et la cote du point  $G$  sachant que le point  $G$  appartient à la droite  $d$ .