



BRANCHE	SECTION(S)	ÉPREUVE ÉCRITE
Mathématiques I	C	Durée de l'épreuve : 1 h 45 min Date de l'épreuve : 22/09/21

QUESTION 1 (12 points)

On donne le polynôme P à coefficients complexes :

$$P(z) = 2z^3 + (7 - 12i)z^2 - (7 + 41i)z - 15(2 + i).$$

Résoudre l'équation $P(z) = 0$ sachant que le polynôme P admet une racine imaginaire pure.

En déduire une forme factorisée de $P(z)$.

QUESTION 2 (11 (4+2+4+1) points)

Soient $z_1 = \frac{-16 + 48i\sqrt{3}}{\sqrt{3} - 2i}$ et $z_2 = \frac{32\sqrt{3}\text{cis}\left(-\frac{\pi}{6}\right)}{i}$.

- 1) Écrire z_1 sous forme algébrique et sous forme trigonométrique.
- 2) Écrire z_2 sous forme algébrique et sous forme trigonométrique.
- 3) Calculer les racines cubiques complexes de $z_3 = z_1 + z_2$.

Montrer que le produit des racines cubiques trouvées est égal à z_3 .

- 4) Montrer que le nombre $z_4 = (z_1 - z_2)^2$ est un nombre réel strictement négatif.

QUESTION 3 (8 (4+4) points)

On donne le système :

$$(s) \begin{cases} 4x + my - 3z = -7 \\ 2x + (m-2)y + mz = -1 \\ 2x + (m+1)y - 4z = -6 \end{cases}$$

- 1) Déterminer les valeurs du paramètre réel m pour lesquelles le système (s) admet une solution unique.
- 2) Résoudre et interpréter géométriquement le système (s) si $m = 1$.

QUESTION 4 (12 (4+3+2+3) points)

Dans un repère orthonormé de l'espace on considère les points

$$A(-1; 2; -2), B(3; 3; -4), C(-6; -2; -5) \text{ et } D(-2; -1; 3)$$

- 1) Déterminer une équation cartésienne du plan $\pi = (ABC)$ après avoir vérifié que les points A, B et C ne sont pas alignés.
- 2) Déterminer un système d'équations cartésiennes de la droite d perpendiculaire au plan π et passant par le point A .
- 3) Déterminer une équation cartésienne du plan π' parallèle au plan π et passant par le point D .
- 4) Déterminer l'intersection de la droite d avec le plan π' .

QUESTION 5 (10 ((1+2+1)+(1+2+3)) points)

- 1) Au jeu de tirage « Euromillions », on tire simultanément 5 boules parmi 50 numérotées de 1 à 50 et puis 2 étoiles parmi 12 numérotées de 1 à 12.
 - a) Combien y a-t-il de tirages possibles ?
 - b) Combien y a-t-il de tirages comprenant les numéros 20 et 21 et l'étoile 4 ?
 - c) Combien y a-t-il de tirages où tous les numéros des boules et des étoiles tirées sont pairs ?
- 2) On tire successivement, sans remise, 4 boules d'un sac contenant 3 boules vertes et 7 boules jaunes. Déterminer la probabilité d'obtenir :
 - a) 4 boules jaunes.
 - b) 2 boules jaunes et 2 boules vertes.
 - c) au moins 3 boules jaunes.

QUESTION 6 (7 (1+(1+2+3)) points)

Une entreprise comprend 35 employés dont 16 femmes et 19 hommes. On élit le bureau directeur du comité d'entreprise, composé d'un président, d'un vice-président et d'un trésorier. Les postes ne sont pas cumulables.

- 1) Quel est le nombre de bureaux possibles ?
- 2) Quel est le nombre de bureaux :
 - a) où le poste de vice-président est occupé par une femme ?
 - b) où le président et le vice-président sont de sexes différents ?
 - c) sachant que le président est un homme, le vice-président est une femme et que Monsieur Dupond refuse de siéger avec Madame Dupuis ?