LE GOUVERNEMENT
DU GRAND-DUCHÉ DE LUXEMBOURG
Ministère de l'Éducation nationale,
de l'Enfance et de la Jeunesse

EXAMEN DE FIN D'ÉTUDES SECONDAIRES CLASSIQUES
Sessions 2022

DISCIPLINE	SECTION(S)	ÉPREUVE ÉCRITE	
Mathématiques 2	CC	*Date de l'épreuve :*	30.05.22
		Durée de l'épreuve :	08:15 - 11:10
		Numéro du candidat :	

Instructions

- L'élève répond à toutes les questions de la partie obligatoire.
- L'élève répond à exactement 1 question de la partie au choix. Il indique obligatoirement son choix en marquant d'une croix la case appropriée ci-dessous.

Seule la réponse correspondant à la question choisie par l'élève sera évaluée. Toute réponse à une question non choisie par l'élève est cotée à 0 point. En l'absence de choix renseigné sur la page de garde la partie au choix est cotée à 0 point.

Partie obligatoire (51 points)			
Question	**Nb points**	**Sujet**	**Obligatoire**
1	6	Question de cours	X
2	16	Etude de fonction	X
3	8	Etude de fonction	X
4	10	Equation, inéquation, primitive	X
5	6	Limites	X
6	5	Calcul d'aire	X
Partie au choix (9 points)			
Choisissez 1 question parmi les 2 suivantes et indiquez votre choix avec un X			
Question	**Nb points**	**Sujet**	**Choix du candidat**
5	9	Primitive, intégrale	
6	9	Primitive, intégrale	

Question 1 *(6 points)*

Démontrer :

Si a est un réel strictement positif distinct de 1, alors,

1. Pour tout réel strictement positif x, $(\log_a x)' = \dfrac{1}{x\ln a}$;
2. Pour tout réel x, $\left(a^x\right)' = a^x \ln a$.

Question 2 *(6 + 5,5 + 1,5 + 3 = 16 points)*

Soit la fonction f définie par $f(x) = 1 - x - \ln\dfrac{x-1}{x-2}$ et C_f sa représentation graphique.

1. Déterminer le domaine de définition, les limites aux bornes du domaine de définition ainsi que le comportement asymptotique de la fonction f.
2. Calculer la fonction dérivée de la fonction f et établir le tableau des variations avec les extrema éventuels de la fonction f.
3. Déterminer une équation de la droite T_0, tangente à C_f au point d'abscisse 0.
4. Tracer C_f et T_0 dans un R.O.N. d'unité 1 cm.

Question 3 *(4,5 + 3,5 = 8 points)*

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \left(3 - x^2\right)xe^x$ et C_f sa courbe représentative.

1. Déterminer les limites de f aux bornes du domaine de définition ainsi que les asymptotes éventuelles.
2. Déterminer la position de C_f par rapport à son asymptote horizontale.

Question 4 *(3 + 4 + 3 = 10 points)*

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $\log_3\left(3^x + 1\right) - x = \log_{\sqrt{3}} 2$.
2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $3\left(2 - e^x\right) < 2e^x + e^{-x}$.
3. Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}_+^*$ par $f(x) = \dfrac{-3}{2x \cdot \ln x}$.

   Déterminer la primitive F de f qui s'annule en $x = e^2$.

Question 5 *(3 + 3 = 6 points)*

Calculer les limites suivantes :

1. $\lim\limits_{x \to 0} \left(1-3x\right)^{\frac{2}{x}-3}$

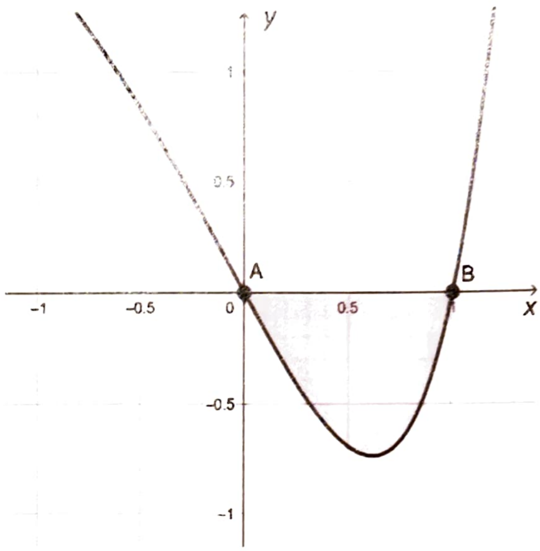
2. $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{\log_{\frac{1}{2}}\left(e^{3x}-1\right)}{2x-1}$

Question 6 *(1 + 4 = 5 points)*

Soit f la fonction définie par $f(x)=\left(1-e^x\right)\left(e-e^x\right)$ et C_f son graphe.

(pour la partie 2. vous pouvez utiliser les informations du graphe)

1. Déterminer par calcul les coordonnées des points A et B, points d'intersection de C_f avec l'axe des abscisses.
2. Calculer l'aire de la partie coloriée sur la figure. Donner la valeur exacte et la valeur approchée à 10^{-2} près.



Question 7 (au choix) *(4,5 + 4,5 = 9 points)*

1. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=\dfrac{2x^3-3x^2+5}{x^2+3}$.

   Déterminer les réels a, b, c et d tels que $f(x)=ax+b+\dfrac{cx+d}{x^2+3}$.

   En déduire les primitives de f.

2. Calculer $A=\int_0^{-\frac{\pi}{2}} \cos(2x)\cdot e^{-x}dx$. Donner la valeur exacte.

Question 8 (au choix) *(4,5 + 4,5 = 9 points)*

1. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=\dfrac{4x^3-12x^2+5x-10}{4x^2+3}$.

   Déterminer les réels a, b, c et d tels que $f(x)=ax+b+\dfrac{cx+d}{4x^2+3}$.

   En déduire les primitives de f.

2. Calculer $A=\int_0^{-\pi} \sin(3x)\cdot e^{-\frac{1}{2}x}dx$. Donner la valeur exacte.