

EXAMEN DE FIN D'ÉTUDES SECONDAIRES CLASSIQUES
Sessions 2023 – QUESTIONNAIRE ÉCRIT

Date :	19.05.23	Durée :	08:15 - 11:15	Numéro candidat :	
Discipline :	Mathématiques	Section(s) :	CB / CB-4LANG		

Question 1 **6+8+3 = 17 pts**

- A. On considère le polynôme $p(z) = 4z^2 + 2mz - m - 9$ où m est un paramètre complexe. Déterminer m sachant que le reste de la division de $p(z)$ par $(z - 1 + i)$ est égal à $2 - 5i$. Pour la valeur de m trouvée, calculer les racines de p .
- B. On considère le nombre $Z = \frac{2iz+6}{z+2-i}$, pour tout $z \in \mathbb{C} \setminus \{i - 2\}$. Déterminer et représenter sur un seul graphique les ensembles de points suivants :
- $E = \{M(z) \mid Z \in i\mathbb{R}\}$
 - $F = \{M(z) \mid \arg(Z) = \pi\}$
- C. Soient A et B les points d'affixe respective $z_A = -48 + 36i$ et $z_B = 48 + 64i$. Montrer que B est l'image de A par la composée d'une homothétie de centre O et d'une rotation de centre O , à préciser. Donner toutes les possibilités.

Question 2 **((5+2)+4)+(1+2+3) = 17 pts**

- A. Un jeu consiste à lancer simultanément deux dés identiques bien équilibrés, qui possèdent chacun une face rouge, 2 faces bleues et 3 faces jaunes.
- 1) Un joueur joue une partie de ce jeu.
- a) S'il obtient deux faces de la même couleur il gagne 9€, s'il obtient exactement une face rouge il gagne 3€, sinon il perd 7€. On note X le gain du joueur. Déterminer la loi de probabilité de X et son écart-type et montrer que le jeu est favorable au joueur.
- b) Sans changer les gains positifs, calculer par quelle perte on doit remplacer les 7€ pour que le jeu soit équilibré.
- 2) Le joueur joue n parties consécutives de ce jeu et on note Y le nombre de fois qu'il gagne 9€. Déterminer la loi de probabilité de Y et calculer combien de parties il doit au moins jouer, pour que la probabilité de gagner au moins une fois 9€ soit supérieure à 90%.
- B. On forme des nombres de 6 chiffres en n'utilisant que les chiffres 1, 2 et 3.
- 1) Combien de nombres peut-on former ?
- 2) Combien de nombres contenant la séquence « 123 » peut-on former ?
- 3) Combien de nombres contenant chacun des trois chiffres au moins une fois peut-on former ?

Question 3 **8+6 = 14 pts**

A. Dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$ on considère la conique Γ d'équation :

$$\Gamma \equiv 8x^2 - 12y^2 + 80x + 36y + 221 = 0$$

Déterminer son équation réduite, sa nature, son centre, son axe focal, ses sommets, ses foyers, son excentricité et ses asymptotes éventuelles dans le repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

Représenter graphiquement Γ dans $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

B. Dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$ on considère la courbe Γ d'équation :

$$\Gamma \equiv y = 1 - \sqrt{6 - 2x}$$

Déterminer son équation réduite, sa nature, son excentricité, son/ses sommet(s) et son/ses foyer(s) dans le repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$ et représenter graphiquement Γ .

Question 4 **12 pts**

Dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$ d'unité 1 cm, on considère le point $A(3; 0)$ et le cercle C de centre O passant par A . Sur C on considère un point mobile M .

Si Q est le projeté orthogonal de M sur l'axe des ordonnées, N le milieu de $[MQ]$ et P le point défini par l'égalité $\overrightarrow{AP} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AN}$, déterminer le lieu \mathbb{L} du point P .

Préciser la nature de \mathbb{L} et ses éléments caractéristiques utiles pour la représentation graphique. Représenter graphiquement \mathbb{L} sur une figure avec les données du problème.

Formules trigonométriques

$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$	$\cos^2 x = \frac{1}{1 + \tan^2 x}$	$\sin^2 x = \frac{\tan^2 x}{1 + \tan^2 x}$	$1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$
$\sin(\pi - x) = \sin x$	$\cos(\pi - x) = -\cos x$	$\tan(\pi - x) = -\tan x$	$\sin(\pi + x) = -\sin x$ $\cos(\pi + x) = -\cos x$ $\tan(\pi + x) = \tan x$
$\sin(\frac{\pi}{2} - x) = \cos x$	$\cos(\frac{\pi}{2} - x) = \sin x$	$\tan(\frac{\pi}{2} - x) = \cot x$	$\sin(\frac{\pi}{2} + x) = \cos x$ $\cos(\frac{\pi}{2} + x) = -\sin x$ $\tan(\frac{\pi}{2} + x) = -\cot x$
$\sin(x + y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$	$\sin(x - y) = \sin x \cos y - \cos x \sin y$	$\cos(x + y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$	$\cos(x - y) = \cos x \cos y + \sin x \sin y$
			$\tan(x + y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y}$ $\tan(x - y) = \frac{\tan x - \tan y}{1 + \tan x \tan y}$
$\sin 2x = 2 \sin x \cos x$	$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$	$\sin 2x = \frac{2 \tan x}{1 + \tan^2 x}$	$\cos^2 x = \frac{1}{2}(1 + \cos 2x)$ $\sin^2 x = \frac{1}{2}(1 - \cos 2x)$ $\cos 2x = \frac{1 - \tan^2 x}{1 + \tan^2 x}$ $\tan 2x = \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x}$
$\sin 3x = 3 \sin x - 4 \sin^3 x$	$\cos 3x = -3 \cos x + 4 \cos^3 x$		
$\sin p + \sin q = 2 \sin \frac{p+q}{2} \cos \frac{p-q}{2}$	$\sin p - \sin q = 2 \sin \frac{p-q}{2} \cos \frac{p+q}{2}$	$\cos p + \cos q = 2 \cos \frac{p+q}{2} \cos \frac{p-q}{2}$	$\cos p - \cos q = -2 \sin \frac{p+q}{2} \sin \frac{p-q}{2}$
			$\tan p + \tan q = \frac{\sin(p+q)}{\cos p \cos q}$ $\tan p - \tan q = \frac{\sin(p-q)}{\cos p \cos q}$
$\sin x \cos y = \frac{1}{2}[\sin(x+y) + \sin(x-y)]$	$\cos x \cos y = \frac{1}{2}[\cos(x+y) + \cos(x-y)]$	$\sin x \sin y = \frac{1}{2}[\cos(x-y) - \cos(x+y)]$	