EXAMEN DE FIN D'ÉTUDES SECONDAIRES CLASSIQUES					
Sessions 2023 – QUESTIONNAIRE ÉCRIT					
Date :	19.05.23	*Durée :*	08:15 - 11:00	*Numéro candidat :*	
Discipline :	Mathématiques - Mathématiques-Analyse	*Section(s) :*	CC / CC-4LANG		

Question 1 **4 + (2 + 4) + 5 = 15 points**

1) Démontrer le théorème suivant :

Si f est continue sur $[a;b]$ et F est une primitive de f sur $[a;b]$, alors, pour tout x de $[a;b]$,

$$\int_a^x f(t)dt = F(x) - F(a).$$

En particulier : $\int_a^b f(t)dt = F(b) - F(a)$, *noté* $[F(t)]_a^b$.

2) a) Calculer l'intégrale suivante :

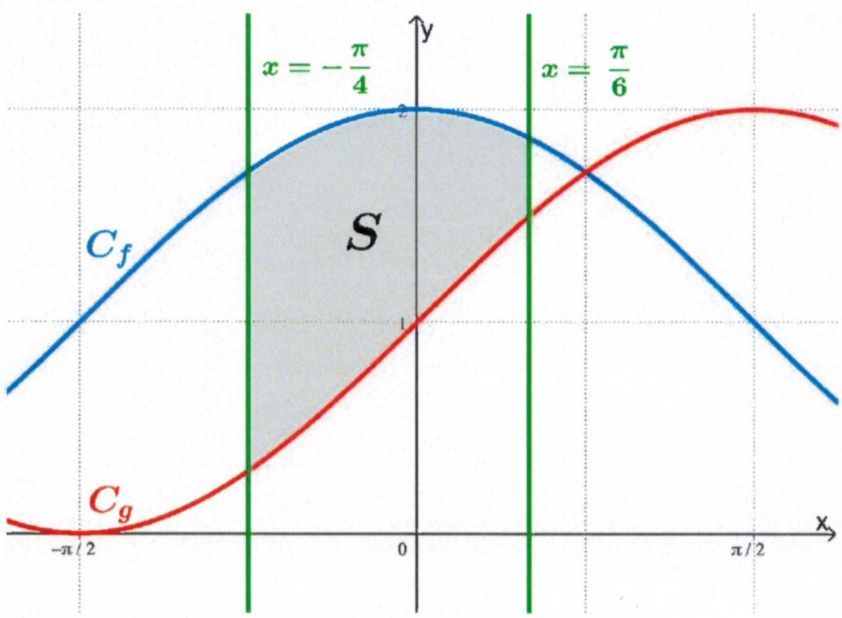
$$\int \frac{4}{\sqrt{1-9x^2}}dx$$

b) Calculer la valeur exacte de l'intégrale suivante :

$$\int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}} (1-\tan x)^2 dx$$

3) Calculer la valeur exacte du volume V du solide engendré par la rotation autour de l'axe des abscisses de la surface S délimitée par les droites d'équation $x = -\frac{\pi}{4}$ et $x = \frac{\pi}{6}$ et par les courbes représentatives des fonctions f et g définies par $f(x) = \cos x + 1$ et $g(x) = \sin x + 1$.

N.B. : On pourra utiliser les informations de la figure ci-dessous.



Question 2 **4 + 6 = 10 points**

1) Résoudre l'équation suivante dans $\mathbb{R}$:

$$(E) \quad e^{2x} = 6e^{-2x} + 1$$

2) Résoudre l'inéquation suivante dans $\mathbb{R}$:

$$(I) \quad \log_2(x-2) - \log_{\frac{1}{2}}(3x-1) \geq 4\log_4(2x-4)$$

Question 3 **(4 + 4 + 4 + 2 + 3) + 5 + 5 = 27 points**

1) Soit f la fonction définie par

$$f(x) = 4(x^2 - 3x + 1)e^{1-x}$$

et soit $\mathcal{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé du plan.

a) Déterminer le domaine de définition et étudier le comportement asymptotique de f.

b) Déterminer le domaine de dérivabilité de f puis montrer que

$$f'(x) = 4e^{1-x}(-x^2 + 5x - 4)\,.$$

Établir le tableau de variation de f et préciser les extrema éventuels.

c) Calculer la dérivée seconde de f après avoir précisé son domaine, étudier la concavité de $\mathcal{C}_f$ et préciser les coordonnées des points d'inflexion éventuels.

d) Déterminer une équation de la tangente t_2 à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse 2.

e) Représenter graphiquement $\mathcal{C}_f$ et t_2 dans un repère orthonormé du plan d'unité 1 cm, en indiquant tous les éléments importants.

2) Calculer la valeur exacte et une valeur approchée au centième près de l'aire de la partie du plan délimitée par $\mathcal{C}_f$, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 1$ et $x = 2$.

3) Déterminer l'(les) abscisse(s) du(des) point(s) de la courbe $\mathcal{C}_f$ admettant une tangente passant par le point $A\left(\frac{5}{2}; 0\right)$.

Question 4 **4 + 4 = 8 points**

Soit f la fonction définie par

$$f(x) = \left(\frac{x+2}{x-2}\right)^{2-x}$$

1) Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.

2) Déterminer le domaine de définition, le domaine de dérivabilité et l'expression de la dérivée de la fonction f.

Formules trigonométriques

$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$		
$\cos^2 x = \dfrac{1}{1+\tan^2 x}$	$\sin^2 x = \dfrac{\tan^2 x}{1+\tan^2 x}$	$1+\tan^2 x = \dfrac{1}{\cos^2 x}$
$\sin(\pi - x) = \sin x$	$\sin(\pi + x) = -\sin x$	$\sin(-x) = -\sin x$
$\cos(\pi - x) = -\cos x$	$\cos(\pi + x) = -\cos x$	$\cos(-x) = \cos x$
$\tan(\pi - x) = -\tan x$	$\tan(\pi + x) = \tan x$	$\tan(-x) = -\tan x$
$\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x$	$\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \cos x$	
$\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$	$\cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = -\sin x$	
$\tan\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cot x$	$\tan\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = -\cot x$	
$\sin(x+y) = \sin x\cos y + \cos x \sin y$	$\tan(x+y) = \dfrac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y}$	
$\sin(x-y) = \sin x\cos y - \cos x \sin y$		
$\cos(x+y) = \cos x\cos y - \sin x \sin y$	$\tan(x-y) = \dfrac{\tan x - \tan y}{1 + \tan x \tan y}$	
$\cos(x-y) = \cos x\cos y + \sin x \sin y$		
$\sin 2x = 2\sin x \cos x$	$\cos^2 x = \frac{1}{2}(1+\cos 2x)$	
$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$	$\sin^2 x = \frac{1}{2}(1-\cos 2x)$	
$\sin 2x = \dfrac{2\tan x}{1+\tan^2 x}$	$\cos 2x = \dfrac{1-\tan^2 x}{1+\tan^2 x}$	$\tan 2x = \dfrac{2\tan x}{1-\tan^2 x}$
$\sin 3x = 3\sin x - 4\sin^3 x$	$\cos 3x = -3\cos x + 4\cos^3 x$	
$\sin p + \sin q = 2\sin\frac{p+q}{2}\cos\frac{p-q}{2}$	$\tan p + \tan q = \dfrac{\sin(p+q)}{\cos p \cos q}$	
$\sin p - \sin q = 2\sin\frac{p-q}{2}\cos\frac{p+q}{2}$		
$\cos p + \cos q = 2\cos\frac{p+q}{2}\cos\frac{p-q}{2}$	$\tan p - \tan q = \dfrac{\sin(p-q)}{\cos p \cos q}$	
$\cos p - \cos q = -2\sin\frac{p+q}{2}\sin\frac{p-q}{2}$		
$\sin x \cos y = \frac{1}{2}[\sin(x+y) + \sin(x-y)]$		
$\cos x \cos y = \frac{1}{2}[\cos(x+y) + \cos(x-y)]$		
$\sin x \sin y = \frac{1}{2}[\cos(x-y) - \cos(x+y)]$		