

EXAMEN DE FIN D'ÉTUDES SECONDAIRES CLASSIQUES
Sessions 2023 – QUESTIONNAIRE ÉCRIT

Date :	06.06.23	Durée :	08:15 - 10:00	Numéro candidat :	
Discipline :	Mathématiques - Mathématiques-Structures	Section(s) :	CD / CD-4LANG		

Question 1 (6+4+5+6+7=28 points)

Les questions a., b., c., d. et e. sont indépendantes.

a. Résolvez dans \mathbb{C} l'équation $z^2 + (2 + 5i)z - 9 + 7i = 0$.

b. Résolvez dans \mathbb{C} l'équation $2z + 1 - i = (1 - i)\bar{z}$.

c. On donne $P(z) = z^3 + 3iz^2 + (-1 + 6i)z - 6 + 9i = 0$.

Montrez que $2 - 3i$ est une racine de P , puis résolvez l'équation $P(z) = 0$.

d. Représentez dans le plan de Gauss les solutions de l'équation $z^5 = 32i \operatorname{cis}\left(\frac{\pi}{4}\right)$ (unité : 2 cm).

e. On donne : $z_1 = -\sqrt{3} + i$; $z_2 = 2 - 2i$; $z_3 = -i$. Soit $Z = \frac{z_1^3 z_2^5}{z_3^{2023}}$.

Calculez la forme trigonométrique et la forme algébrique de Z .

Question 2 (6+4+3+4=17 points)

On considère le système linéaire de trois équations avec trois inconnues suivant où m est un paramètre réel.

$$\begin{cases} (m-1)x + y + z = 2m \\ 2x - my + (m+2)z = m+1 \\ 2x + my - z = 7 \end{cases}$$

- Pour quelles valeurs de m , le système admet-il une solution unique ?
- Résolvez et interprétez graphiquement le système dans le cas où $m = -3$.
- Résolvez et interprétez graphiquement le système dans le cas où $m = -1$.
- Résolvez et interprétez graphiquement le système dans le cas où $m = 3$.

Question 3 (1+4+2+5+1+2=15 points)

Dans un repère orthonormé de l'espace, on considère les quatre points

$$A(2;1;1) ; B(-2;4;0) ; C(3;2;3) \text{ et } D(-3;2;3).$$

- Montrez que les points A , B et C ne sont pas alignés.
- Déterminez une équation cartésienne du plan π passant par A , B et C .
- Déterminez un système d'équations paramétriques de la droite d perpendiculaire à π passant par D .
- Soit $d' \equiv \begin{cases} x - y + z = 1 \\ 2x + 3z = -1 \end{cases}$. Est-ce que d' est parallèle à π ?
- Montrez que le point $E(-2; -2; 1)$ appartient à d' .
- Déterminez un système d'équations paramétriques du plan π' contenant la droite d' et le point D .