

EXAMEN DE FIN D'ÉTUDES SECONDAIRES CLASSIQUES
Sessions 2023 – QUESTIONNAIRE ÉCRIT

Date :	22.09.23	Durée :	08:15 - 10:00	Numéro candidat :	
Discipline :	Mathématiques - Mathématiques-Structures	Section(s) :	CC / CC-4LANG		

QUESTION I (12 points)

On donne le polynôme P à coefficients complexes :

$$P(z) = z^3 + (1 - 10i)z^2 - (29 + 5i)z + 6(1 + 5i).$$

Résoudre l'équation $P(z) = 0$ sachant que le polynôme P admet une racine imaginaire pure.

QUESTION II (8 (5+3) points)

- Calculer $z = i \cdot \frac{(1 - i\sqrt{3})^{20}}{(2 - 2i)^{10}}$ et donner le résultat sous forme algébrique.
- Calculer les racines cinquièmes de z en donnant le résultat sous forme trigonométrique et porter dans le plan de Gauss les points dont les affixes sont les racines cinquièmes trouvées (unité de longueur : 2cm).

QUESTION III (12 (3+9) points)

On donne le système :

$$(s) \begin{cases} 2x & - & y & + & z & = & -1 \\ x & + & y & + & (m-3)z & = & 3 \\ x & + & (2-m)y & - & 2z & = & 3 \end{cases}$$

- Déterminer les valeurs du paramètre réel m pour lesquelles le système (s) admet une solution unique.
- Résoudre et interpréter géométriquement le système (s) pour $m = 1$ et pour $m = 5$.

QUESTION IV (10 (4+2+2+2) points)

Dans un repère orthonormé de l'espace on considère les points $A(1; -2; 3)$, $B(2; -3; 2)$ et $C(-1; -4; -7)$.

- Déterminer une équation cartésienne du plan $\pi = (ABC)$ après avoir vérifié que les points A , B et C ne sont pas alignés.
- Déterminer un système d'équations paramétriques de la droite d perpendiculaire au plan π et passant par le point A .
- Déterminer une équation cartésienne du plan π' parallèle au plan π et passant par le point $D(1; 5; -4)$.
- Déterminer l'intersection de la droite d avec le plan π' .

QUESTION V (18 (5+(1+2+2)+(2+3+3)) points)

- 1) Déterminer le terme en x^7 de $3x^2 \cdot \left(x^3 - \frac{2}{x^2}\right)^{10}$.
- 2) Dans mon armoire, il y a 5 paires de chaussures noires, 3 paires de chaussures marron et 2 paires de chaussures blanches. Je peux distinguer toutes ces chaussures les unes des autres. Un matin, mal réveillé, je choisis au hasard une chaussure et puis une deuxième.
 - a) Combien de choix amènent une chaussure gauche et une chaussure droite ?
 - b) Combien de choix amènent une chaussure gauche et une chaussure droite de même couleur ?
 - c) Combien de choix amènent deux chaussures qui ne sont pas de la même paire ?
- 3) Dans un jeu de 32 cartes, on tire simultanément 5 cartes au hasard. Calculer la probabilité d'obtenir
 - a) exactement trois cartes de la même couleur.
 - b) exactement un as et exactement trois piques.
 - c) au moins deux as et au moins deux rois.