

**EXAMEN DE FIN D'ÉTUDES SECONDAIRES CLASSIQUES**  
**Sessions 2023 – QUESTIONNAIRE ÉCRIT**

Date :	20.09.23	Durée :	08:15 - 11:00	Numéro candidat :	
Discipline :	Mathématiques - Mathématiques-Analyse	Section(s) :	CD / CD-4LANG		

**Question 1** (4 points)

Démontrer que :

Si  $f$  est continue sur  $[a;b]$  et si  $F$  est une primitive de  $f$  sur  $[a;b]$ ,

alors, pour tout  $x$  de  $[a;b]$ ,  $\int_a^x f(t) dt = F(x) - F(a)$ .

En particulier :  $\int_a^b f(t) dt = F(b) - F(a)$ , noté  $[F(t)]_a^b$ .

**Question 2** (4 + 6 = 10 points)

Résoudre dans  $\mathbb{R}$  :

- 1)  $6 \cdot (3^x + 3^{-x}) - 7 = 3^{-x+2}$
- 2)  $\log_{\sqrt{2}}(2x + 3) - \log_2(6 - x) \geq 1 - \log_1(1 + 2x)$

**Question 3** (3 + 4 + 4 + 3 + 5 = 19 points)

Soit  $f$  la fonction définie par  $f(x) = x(x - 3)e^{1-\frac{x}{2}}$  et soit  $C_f$  sa représentation graphique.

- 1) Déterminer le domaine de définition et étudier le comportement asymptotique de  $f$ .
- 2) Préciser le domaine de dérivabilité, montrer que  $f'(x) = -\frac{1}{2}e^{1-\frac{x}{2}}(x^2 - 7x + 6)$ , déterminer l'(es) extrema éventuel(s) et dresser le tableau de variation de  $f$ .
- 3) Déterminer le(s) point(s) d'inflexion éventuel(s) et dresser le tableau de concavité de  $f$ .
- 4) Tracer la courbe  $C_f$ , dans un repère orthonormé d'unité 1 cm.
- 5) Calculer l'aire de la partie du plan délimitée par  $C_f$ , l'axe des abscisses et les droites d'équations  $x = 1$  et  $x = 2$ . Indiquer la valeur exacte ainsi qu'une valeur au centième près de cette aire.

**Question 4** (6 + 3 = 9 points)

Soit  $f$  la fonction définie par  $f(x) = x + 2 - \ln \frac{2x}{x+1}$  et  $C_f$  sa représentation graphique.

- 1) Déterminer le domaine de définition de  $f$  et étudier le comportement asymptotique de  $f$ .
- 2) Déterminer la position de  $C_f$  par rapport à ses asymptotes obliques/horizontales éventuelles.

**Question 5** (3 + 3 = 6 points)

1) Déterminer la limite suivante :  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(1 - \frac{3}{x}\right)^{1-2x}$

2) Calculer l'intégrale :  $\int_3^4 \frac{3x-9}{\sqrt{6x-x^2}} dx$

**Question 6** (3 + 4 = 7 points)

On considère la fonction définie sur  $\mathbb{R} \setminus \left\{-1; \frac{1}{2}\right\}$  par  $f(x) = \frac{12x^2 - 21x + 3}{4x^3 - 3x + 1}$ .

1) Déterminer les réels  $a, b$  et  $c$  tels que pour tout  $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{-1; \frac{1}{2}\right\}$  :

$$f(x) = \frac{a}{x+1} + \frac{b}{2x-1} + \frac{c}{(2x-1)^2}$$

2) Déterminer la primitive de  $f$  qui prend la valeur  $\ln 16$  pour  $x = 1$ .

**Question 7** (5 points)

Dans cet exercice, vous pouvez vous servir des informations de la figure.

Calculer le volume  $V$  du solide engendré par la rotation autour de l'axe des abscisses de la surface délimitée par les graphes des fonctions  $f$  et  $g$  définies par  $f(x) = 2^{-x} - 6$  et  $g(x) = -\frac{3}{2}x - 5$ . Indiquer la valeur exacte ainsi qu'une valeur au centième près de ce volume.

