# Epreuve écrite

| Examen de fin d'études secondaires 2000 | Nom et prénom du candidat: |
|---|---|
| Section: B  Juin | ........................................................ |
| Branche: Mathématiques Ia | ........................................................ |

**I.** Démontrer: Soit $O$ un point du plan $\mathcal{P}$. Une isométrie fixant $O$ est $Id_{\mathcal{P}}$ ou une réflexion dont l'axe passe par $O$ ou une rotation de centre $O$.

**II.** Dans le plan orienté, on considère un triangle équilatéral direct $ABC$ , de centre de gravité $G$ et de cercle circonscrit $\Gamma$. La droite $(AG)$ recoupe $\Gamma$ en $D$ .

1. Faire une figure (on choisira $[BC]$ comme base et $BC = 8\,cm$).
2. Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de $f = T \circ R$ où $T$ est la translation de vecteur $\overrightarrow{BC}$ et $R$ la rotation de centre $B$ et d'angle $\frac{\pi}{3}$.
3. Déterminer $G'$ image de $G$ par $f$. En déduire la nature du quadrilatère $ABDG'$.
4. Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de $g = s_{(AD)} \circ s_{(DC)} \circ s_{(AB)} \circ s_{(AC)}$, la notation $s_{(XY)}$ désignant la réflexion d'axe $(XY)$.

**III.** Le plan est rapporté à un repère orthonormal direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$. On donne les points $A(1,5)$, $B(1,1)$, $C(-1,-1)$ et $D(-1,1)$.

1. Montrer qu'il existe un déplacement unique $f$ transformant $B$ en $C$ et admettant pour point invariant $D$. Ensuite montrer que $f$ est une rotation.
2. a) Montrer qu'il existe une similitude directe unique $g$ transformant $A$ en $B$ et $B$ en $C$. Déterminer ensuite son expression complexe.
   b) Déterminer le centre $\Omega$, le rapport $k$ et l'angle $\alpha$ de $g$.
   c) Soit $n \in \mathbb{N}^*$. Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de $g^n = \underbrace{g \circ g \circ g \circ ...g}_{n \text{ termes}}$.

   Pour quelles valeurs de $n$ est-elle une homothétie?
3. Montrer que $f \circ g$ est une similitude directe. Préciser son rapport et son angle.

**IV.** L'espace est rapporté à un repère orthonormal direct $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. On donne: $A(1,-1,1)$ , $B(0,1,2)$ et $C(-3,2,5)$.

1. Montrer, en utilisant le produit vectoriel, que $A$, $B$ et $C$ ne sont pas alignés.
2. Déterminer l'ensemble $\mathcal{E}$ des points $M$ de l'espace vérifiant $\left(2\,\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}\right) \wedge \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{O}$ de deux manières:
   a) méthode géométrique (sans utiliser les coordonnées) (Indication: utiliser le barycentre des points A et B affectés de coefficients convenablement choisis)
   b) méthode analytique
3. Déterminer une équation cartésienne du plan $\mathcal{P}$ passant par $A$, $B$ et $C$.
4. Etudier l'intersection de $\mathcal{E}$ et de $\mathcal{P}$.

Répartition des points: 15 ; 1+5+5+6 ; 3+9+3 ; 2+7+2+2