Epreuve écrite

Examen de fin d'études secondaires 2001	Nom et prénom du candidat:
Section: B Juin	....
Branche: Mathématiques IA	....

15 points par question

Question 1 : *Démontrer les théorèmes suivants :*

a) *Si une isométrie f admet trois points invariants non alignés, alors* $f = Id_P$.

b) *La composée* $F = T \circ R$ *d'une rotation R et d'une translation T est*

- *une translation, si l'angle de la rotation R est nul ;*
- *une rotation, si l'angle de la rotation R est non nul .*

Question 2 :

Soit (ABC) un triangle non aplati du plan ; B' et C' désignent les milieux de $[AC]$ et $[AB]$ resp., D le barycentre du système $[(A,3), (B,2)]$ et I celui de $[(A,3), (B,2), (C,1)]$.

a) Construire le point D, compléter la figure au fur et à mesure.

b) Montrer que I est à la fois le barycentre de $[(B',1), (C',2)]$ et de $[(D,5), (C,1)]$. En déduire une construction du point I.

c) La droite (AI) coupe la droite (BC) en E. Démontrer que $h(I) = E$ où h est l'homothétie de centre A et de rapport 2. En déduire la position de E sur (BC).

d) Les points B et C étant fixes, le point A se déplace dans le plan de telle sorte que le segment $[AE]$ garde une longueur constante égale à $R>0$. Démontrer que $I = h'(A)$, où h' est l'homothétie de centre E et de rapport $\frac{1}{2}$. En déduire le lieu géométrique du point I.

Question 3 :

Le plan étant muni d'un repère orthonormal direct $(O,\vec{u},\vec{v})$, on considère les points

$$A(\sqrt{2},2), \quad B(0,\sqrt{2}) \text{ et } C(\sqrt{2}-1,2).$$

a) Etablir l'expression complexe de la similitude directe S qui transforme O en A et B en C.

b) Déterminer les éléments caractéristiques de S.

c) En utilisant la similitude S, déterminer et caractériser l'ensemble E des points M du plan dont les affixes z vérifient

$$\left|\sqrt{2}i\,z + 2\sqrt{2} + 4i\right| = \sqrt{2}$$

Tourner s.v.p.

Epreuve écrite

Examen de fin d'études secondaires 2001	Nom et prénom du candidat:
Section: B Juni	....
Branche: Mathématiques IA (suite)	....

Question 4 :

Dans le plan muni d'un repère orthonormal direct on considère deux points distincts A et B.

On note R_A et R_B les rotations de centres respectifs A et B et d'angle $\frac{\pi}{2}$ $[2\pi]$.

Pour tout point M du plan, on note M_1 et M_2 les images respectives de M par R_A et R_B.

a) Soit $T = R_B \circ R_A^{-1}$. Construire le point $C = T(A)$.

b) Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de T. En déduire la nature du quadrilatère (M_1M_2CA).

c) On suppose que le point M parcourt le cercle Γ de diamètre $[AB]$. Déterminer et construire l'ensemble Γ_2 décrit alors par M_2.

d) Soient ω et ω_2 les milieux respectifs de $[AB]$ et $[BC]$. Comparer les vecteurs $\overrightarrow{\omega\omega_2}$ et $\overrightarrow{AC}$.

e) En supposant toujours que M parcourt le cercle Γ de diamètre $[AB]$, déterminer l'ensemble décrit par le point I, milieu du segment $[M_1M_2]$.

René Krier LMRL