Epreuve écrite

Examen de fin d'études secondaires 2001

Section: B juin

Branche: MATHS 1 b, c

Nom et prénom du candidat

____

____

I

1)

Dans le plan complexe C , on considère l'application qui à tout point M d'affixe $z \neq -i$ associe le point M' d'affixe z', définie par: $z' = \frac{3z+1}{z+i}$.

a) Déterminer l'ensemble des points M tels que z'soit réel.

b) Déterminer l'ensemble des points M tels que z'ait pour argument $-\frac{\pi}{2}$.

2)

Dans le plan complexe C , on considère l'application qui à tout point M d'affixe $z = x + iy \neq 1$ associe le point M' d'affixe $z' = x' + iy'$, définie par: $z' = \frac{1+z}{1-z}$.

Déterminer l'ensemble des points M tels que $|z'| = k$ avec $k > 0$.

II

a) Soit $P(z) = a_4z^4 + a_3z^3 + a_2z^2 + a_1z + a_0$ avec a_4, a_3, a_2, a_1, a_0 réels.
Démontrer que si z_0 est une solution de $P(z) = 0$, alors $\overline{z_0}$ l'est aussi.

b) Soit $P_1(z) = z^4 - 6z^3 + 23z^2 - 34z + 26$.
Trouver α réel tel que $\alpha + i$ soit solution de $P_1(z) = 0$.

c) Déduire de a) et b) une deuxième solution de $P_1(z) = 0$.

d) Résoudre $P_1(z) = 0$.

III

Dans le plan affine euclidien, muni du repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$, on considère la famille de coniques $(C_m)_{m\in R}$, définie par l'équation: $mx^2 + (m^2 + 1)y^2 - 2my = 0$ où m est un paramètre réel.

a) Etudier suivant les valeurs de m, la nature de C_m.

b) Au cas où il s'agit d'une ellipse, préciser l'axe focal, l'excentricité, les sommets du grand axe.

c) Au cas où il s'agit d'une hyperbole, préciser l'axe transverse, les sommets situés sur cet axe transverse.

22 + 20 + 18