

Epreuve écrite

Examen de fin d'études secondaires 2001

Section: B *Septembre*

Branche: Mathématiques I, bc

Nom et prénom du candidat

I. A. 1. Résoudre sur \mathbb{C} l'équation du second degré

$$z^2 - (7 + 3i)z + 16 + 13i = 0$$

2. Résoudre sur \mathbb{C} l'équation du troisième degré

$$z^3 - 4(2+i)z^2 + (20+23i)z - 3 - 29i = 0$$

sachant qu'elle admet une racine de la forme $a + i$ ($a \in \mathbb{R}$).

B. Dans le plan complexe P rapporté à un repère orthonormal (O, \vec{u}, \vec{v}) on donne les trois points $A(1+i)$, $B(4-i)$ et $C(3+4i)$ ainsi que la transformation f de P qui à un point $M(z)$ associe le point $M'(z')$ défini par

$$z' = iz + 2.$$

1. Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de f .
2. Déterminer $f(B)$ et en déduire la nature du triangle ABC .

(5+10)+(3+2)=20 points

II. 1. Soit le nombre complexe $z = \frac{\cos \Theta - i \sin \Theta}{1 - \cos \Theta - i \sin \Theta}$, $\Theta \in]-\pi, \pi]$.

Trouver les valeurs de Θ pour lesquelles le nombre z n'est pas défini, puis, pour toutes les autres valeurs de Θ , déterminer, si possible, le module et un argument de z .

2. Soit $z = (\sqrt{6} + \sqrt{2}) + i(\sqrt{6} - \sqrt{2})$.

Calculer z^2 , puis z^4 .

En déduire les racines quatrièmes du nombre complexe $Z = 128 + 128i\sqrt{3}$ sous forme algébrique.

13+7=20 points

tourner s.v.p.

Rene Galle LTKL.

Epreuve écrite

Examen de fin d'études secondaires 2001

Section: B *Septembre*

Branche: Mathématiques I, bc

Nom et prénom du candidat

III. A tout réel m on associe la conique C_m d'équation

$$(1 - m)x^2 - (1 + m)y^2 + 2(1 - m)y = 0$$

dans un repère orthonormal (O, \vec{i}, \vec{j}) .

1. Discuter suivant les valeurs de m la nature de la conique C_m (étudier en particulier les cas de dégénérescence éventuels):
 - dans le cas d'une parabole trouver son sommet, son foyer et l'équation de sa directrice;
 - dans le cas d'une conique à centre, trouver le centre Ω_m , l'équation réduite ainsi que l'axe focal.
2. Construire la conique C_0 avec ses sommets, ses foyers, ses directrices et ses asymptotes (prendre comme unité de longueur 2 cm) et calculer son excentricité.

16+4=20 points

Nene Galle
LORL