Epreuve écrite

Examen de fin d'études secondaires 2002	**Nom et prénom du candidat:**
Section: B 27 mai	....
Branche: Mathématiques I	....

Question 1 : (*N.B. : les parties a), b) et c) sont indépendantes !)*

a) Dans le plan complexe, on considère les points $A(4-2i)$, $B(2+2i)$, $C(50-94i)$.
En utilisant les nombres complexes, examiner si les points A, B et C sont alignés .

b) Calculer $\left(\dfrac{1-i\sqrt{3}}{-1-i}\right)^{2002}$; mettre le résultat sous forme algébrique.

c) On considère le polynôme à coefficients complexes $P(z)=z^3+\alpha z^2+\beta z+(5-i)$. Déterminer les coefficients α et β sachant que $-i$ est une racine de P et que le reste de la division de P par $z+2i$ est $1-3i$.
Résoudre ensuite l'équation $P(z)=0$ après avoir remplacé α et β par les valeurs trouvées précédemment.

(2+3+10 = 15 points)

Question 2 : (*N.B. : Les parties a) – e) sont indépendantes !)*

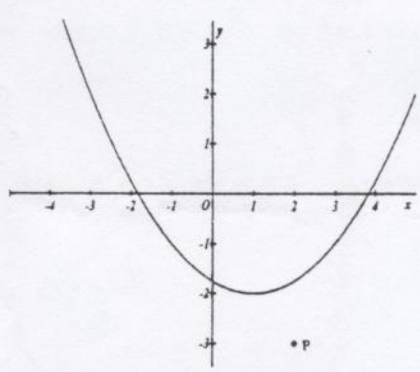
a) Identifier la courbe C $\equiv y = -3 - \sqrt{x^2-2x+10}$ et la dessiner dans le plan muni d'un repère orthonormé (unité de longueur = 1 cm).

b) Sachant que le « grand axe » d'une ellipse $\mathbb{E}$ mesure 4 cm et que son excentricité vaut $\frac{1}{3}$, calculer la distance du centre de $\mathbb{E}$ à une de ses directrices.

c) Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on considère les points $A(-5,0)$ et $B(5,0)$.
Identifier l'ensemble K des points M du plan vérifiant $\overline{AM}+\overline{BM}=12$ et établir l'équation cartésienne de cet ensemble.

d) « *Les deux coniques* $C_1 \equiv 25x^2+16y^2=400$ *et* $C_2 \equiv -4x^2+5y^2=20$ *possèdent les mêmes foyers.*» Est-ce que cette affirmation est vraie ou fausse ? Justifier la réponse !

e) Etablir les équations des tangentes à la parabole $\mathbb{P} \equiv x^2-2x-4y-7=0$ issues du point $P(2,-3)$.



(3+1+3+2+6 = 15 points)

Epreuve écrite

Examen de fin d'études secondaires 2002	Nom et prénom du candidat:
Section: B 27 mai	....
Branche: mathématiques I	....

Question 3 : (*N.B. : Les parties 1) et 2) sont indépendantes !)*

1) Une urne contient 10 boules, à savoir 7 boules blanches et 3 boules noires.

a) On sort au hasard, **successivement, avec remise**, 5 boules de l'urne. On désigne par X le nombre des boules blanches tirées.

- Expliquer de façon détaillée pourquoi la loi de probabilité de la variable aléatoire X est une loi binomiale.
- Calculer la probabilité de tirer au moins une boule noire.

b) On sort au hasard, **simultanément,** 5 boules de l'urne. Y désigne le nombre de boules blanches tirées.

- Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire Y.
- Quelle est l'espérance mathématique de Y ?

2)

a) Démontrer : $C_n^k + C_n^{k+1} = C_{n+1}^{k+1}$ $\qquad \forall n \in \mathbb{N}^*, \forall k \in \mathbb{N}, k < n$.

b) Démontrer : $\sum_{k=0}^{n} (-1)^k C_n^k = 0$, $\qquad \forall n \in \mathbb{N}^*$ (remarquer que $(1-1)^n = 0$).

(11+4 = 15 points)

Question 4 :

Dans un triangle ABC, les sommets A et B sont fixes, tandis que le sommet C parcourt une droite d parallèle à AB. Déterminer et caractériser le lieu $\mathbb{L}$ de l'orthocentre H du triangle ABC.

Faire une figure pour $\overline{AB} = d(d, AB) = 6$ cm. Par quels points remarquables passe le lieu $\mathbb{L}$?

(15 points)

* *

René Kriebs, LMRL