

Epreuve écrite

Examen de fin d'études secondaires 2003

Section:

B

12 juin

Branche:

Mathématiques I

Nom et prénom du candidat

Question I : (5+10=15 points)

1) On donne les nombres complexes $z_1 = \frac{1+i\sqrt{3}}{1-i\sqrt{3}}$ et $z_2 = \frac{i}{2i\sqrt{3}-2}$.

Donner la forme trigonométrique et la forme algébrique de $Z = \frac{(z_1)^8}{(z_2)^3}$.

2) Soit $P(z) = z^3 + \alpha z^2 + \beta z + 6 + 3i$ avec α, β coefficients complexes.

a) Déterminer α et β sachant que i est une racine de P et que le reste de la division de P par $z+1$ vaut 8.

b) Résoudre ensuite l'équation $P(z) = 0$ en remplaçant α et β par les valeurs trouvées sous a).

c) Le plan complexe étant rapporté à un R.O.N. $(O, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$ représenter les points A, B et C dont les affixes sont les solutions de l'équation $P(z)=0$. Etudier la nature du triangle ABC. Motiver votre réponse.

Question II : (5+3+7=15 points)

1) Une plaque d'immatriculation d'une voiture est formée de 2 lettres suivies de 3 chiffres.

a) Combien de plaques peut-on former ?

b) Combien de plaques peut-on former si les 2 lettres sont différentes ?

c) Combien de plaques peut-on former si les 3 chiffres sont différents ?

d) Combien de plaques peut-on former si les 2 lettres et les 3 chiffres sont différents et si le premier des 3 chiffres est non nul ?

2) Calculer le coefficient du terme en x^9 provenant du développement de $\left(2x^2 - \frac{1}{8x}\right)^{12}$.

3) Un joueur lance une paire de dés bien équilibrés. Il gagne 5€ s'il obtient 2 chiffres pairs, il gagne 2€ s'il obtient 1 chiffre pair et il perd 1€ s'il n'obtient aucun chiffre pair. Calculer l'espérance de ses gains, la variance et l'écart-type.

Question III : (5+10=15 points)

1) Dans un R.O.N. (O, \vec{i}, \vec{j}) (unité : 1 cm) on donne le point $A(4;3)$ et la droite $\Delta \equiv y + 1 = 0$.

Construire point par point le lieu Γ des points du plan équidistants du point A et de la droite Δ . Quelle est la nature de Γ ? Etablir ensuite dans (O, \vec{i}, \vec{j}) une équation cartésienne réduite de Γ .

Epreuve écrite

Examen de fin d'études secondaires 2003

Section:

12 juin

Branche:

Nom et prénom du candidat

2) Dans un R.O.N. (O, \vec{i}, \vec{j}) (unité : 1 cm) on donne $\Gamma' \equiv x^2 - 6y^2 + 12y - 18 = 0$.

a) Etudier la nature de Γ' . Donner la coordonnée de son centre, de ses foyers, de ses sommets. Déterminer une équation cartésienne de ses directrices et de ses asymptotes.

b) Etablir une équation cartésienne des éventuelles tangentes de coefficient angulaire $\frac{1}{2}$ à

Γ' et déterminer la coordonnée des points de tangence.

c) Faire une figure.

Question IV : (8+7=15 points)

1) La base $[AB]$ du triangle ABC est fixe. Le sommet C est mobile mais le côté $[AC]$ a une longueur constante non nulle. Rechercher et analyser le lieu IL du milieu du troisième côté.

2) Dans un R.O.N. (O, \vec{i}, \vec{j}) on donne $\mathcal{C} \equiv x^2 + y^2 = 25$. Rechercher et analyser le lieu IL des milieux des cordes de longueur 8.