Epreuve écrite

Examen de fin d'études secondaires 2002	Nom et prénom du candidat
Section: B septembre	______________________
Branche: Mathématiques I	______________________

I. 1. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation: $z^2 + 3z(1 - i\sqrt{3}) - 6(1 + i\sqrt{3}) = 0$.
Soient z_1 et z_2 les deux solutions de cette équation. Dans la suite on prend pour z_1 le nombre complexe ayant la partie réelle la plus grande des nombres z_1 et z_2.

2. Calculer le nombre complexe $a = z_1 \cdot z_2$. Ensuite, en utilisant la forme trigonométrique, déterminer les racines carrées de a.

3. Le plan est muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$. Soit A le point ayant pour affixe z_1 et B celui ayant pour affixe z_2. Montrer que B est l'image de A par une rotation de centre O et déterminer l'angle de cette rotation. En déduire la nature du triangle OAB.

$7 + 3 + 5 = 15$ points

II. Les deux questions sont indépendantes. Les résultats sont à présenter sous forme de fractions irréductibles. Une urne contient 10 boules: 3 boules bleues, 2 boules vertes, 5 boules rouges. Dans les deux questions suivantes on supposera l'équiprobabilité des tirages.

1. On tire 3 boules l'une après l'autre en remettant à chaque fois la boule tirée dans l'urne. On note X la variable aléatoire prenant pour valeur le nombre de boules bleues obtenues. Déterminer la loi de probabilités de X et son espérance mathématique.

2. On tire 3 boules simultanément.Calculer la probabilité des événements suivants:
   a) Evénément A: les 3 boules tirées sont de même couleur
   b) Evénement B: les 3 boules tirées sont de couleurs différentes
   c) Evénement C: 2 boules sont d'une couleur, la troisième d'une autre couleur
   d) Evénement D: 2 boules au moins sont de la même couleur

$7 + 8 = 15$ points

III. Le plan est muni du repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ (unité: 1 cm). Les deux questions suivantes sont indépendantes.

1. Soit la conique Γ de directrice $d \equiv x = -1$, de foyer $F(2, 1)$ et d'excentricité 2. Construire Γ. Ensuite établir son équation cartésienne réduite.

2. Soit $\mathcal{E}$ l'ellipse d'équation cartésienne $4x^2 + 9y^2 + 8x - 36y + 4 = 0$. Déterminer son équation réduite, son centre, ses sommets, ses foyers, une équation cartésienne de ses directrices et une équation cartésienne des tangentes à $\mathcal{E}$ passant par $K(4, 0)$

$5 + 10 = 15$ points

IV. Dans le plan muni du repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ soit $\mathcal{C}$ le cercle de centre $S(3, 0)$ et de rayon 2. Déterminer et construire le lieu des milieux des cordes découpées par le cercle $\mathcal{C}$ sur les droites issues de l'origine O.

15 points