Epreuve écrite

Examen de fin d'études secondaires 2003

Section: B   le 20 septembre 2003

Branche: MATHEMATIQUES I

Nom et prénom du candidat

Question I (15 points : 7+8)

1) Résoudre dans C : $\frac{x^2+i}{x^2-i}=3\frac{x^2-1}{x^2+1}$ (Les solutions seront données sous forme trigonométrique) .

2) Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O ; \vec{i},\vec{j})$.
On considère la transformation f qui à tout point M d'affixe z associe le point M' d'affixe z' tel que $z' = -i z$.
Soit A le point d'affixe $z_A = 1+i\sqrt{3}$

a. Déterminer la nature de f.
b. Déterminer l'affixe de A' = f(A) et dessiner A et A' .
c. Soit B le point d'affixe z_B tel que OA'BA soit un carré.
Déterminer le module et un argument de z_B .
d. Déterminer l'affixe de B' = f(B) et vérifier que A' est milieu de [BB'].

Question II (15 points : 6+9)

1) Dans une loterie, il y a 100 billets. Deux lots sont à gagner : un lot de 100 € et un lot de 50 €.
Une personne achète deux billets .
On désigne par X la variable aléatoire égale au gain.
a. Etablir la loi de probabilité de X .
b. Calculer l'espérance mathématique et l'écart type de X .

2) Un tireur a la probabilité 0,2 d'atteindre le but. Il effectue des tirs successifs indépendants les uns des autres et tels que la probabilité d'atteindre le but est toujours 0,2 .
a. Quelle est la probabilité d'atteindre exactement 5 fois le but en 10 tirs successifs ?
b. Après 10 tirs successifs quelle est la probabilité que le tireur ait atteint le but au moins deux fois ?
c. Combien de tirs doit-il effectuer pour que la probabilité d'atteindre le but au moins une fois soit supérieure à $\frac{3}{4}$?

Question III (15 points : 5+10)

Dans un repère orthonormé $(O ; \vec{i} , \vec{j})$:

1). Déterminer une équation du lieu L des points du plan dont la distance à l'origine vaut les $\frac{2}{3}$ de leur distance à la droite δ d'équation $x = \frac{5}{2}$. Déterminer la nature de ce lieu et le dessiner.

2) Déterminer les équations des droites de coefficient angulaire $\frac{1}{2}$ qui sont tangentes à la conique C d'équation $x^2 - 6y^2 + 12y - 18 = 0$. Déterminer les points de contact de ces tangentes et dessiner la conique et les tangentes.

Epreuve écrite

Examen de fin d'études secondaires 2003	Nom et prénom du candidat
Section: B le 20 septembre 2003	
Branche: MATHEMATIQUES I	

Question IV (15 points : 11+2+2)

1) Déterminer et analyser le lieu L des points dont la somme des carrés des distances aux côtés d'un triangle équilatéral de côté a est une constante k donnée.

On pourra utiliser la formule donnant la distance d'un point $P(x_P, y_P)$ à une droite Δ d'équation $ax+by+c=0$ dans un repère orthonormé : $d(P;\Delta) = \dfrac{|a x_P + b y_P + c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$

2) Dessiner le triangle et le lieu dans le cas où a = 6 et k = 15 .

3) Déterminer k en fonction de a pour que le lieu passe par les sommets du triangle .