Epreuve écrite

Examen de fin d'études secondaires 2000	Nom et prénom du candidat:
Section: B septembre	....
Branche: Mathématiques II	....

I. 1) Définir la fonction exponentielle.

2) Etablir la propriété fondamentale : $\forall a,b \in \mathbb{R}$: $\exp(a+b) = \exp a \cdot \exp b$.

3) En déduire les expressions de $\exp(-a)$ et $\exp(a-b)$.

4) Etablir : $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{e^x}{x}$, $\lim\limits_{x \to -\infty} x\, e^x$ et $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{e^x - 1}{x}$

13 (1+3+3+6) pts.

II. Soit la fonction f définie par $f(x) = 1 - |e^x - e^{2x}|$
et soit C_f la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1) Trouver le domaine de définition, de continuité et de dérivabilité de f.
(Etudier en particulier la dérivabilité de f en $x = 0$ et indiquer les demi-tangentes éventuelles)

2) Etudier le comportement asymptotique de C_f.

3) Etudier les variations de f et dresser le tableau de variations.

4) Construire C_f dans un repère orthonormé d'unité 2 cm.

5) Calculer l'aire $\mathcal{A}(\lambda)$ en cm^2 du domaine délimité par la courbe C_f, l'asymptote horizontale et les droites d'équations $x = \lambda$ et $x = 0$ $(\lambda < 0)$.
Trouver $\lim\limits_{\lambda \to -\infty} \mathcal{A}(\lambda)$

13 pts.

III. Soit m un paramètre réel **non nul** et soit

$$f_m : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$$
$$x \longmapsto mx + \ln|x - m|$$

Soit C_m la courbe représentative de f_m dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1) Trouver le domaine de définition, de continuité et de dérivabilité de f_m.

2) Etudier le comportement asymptotique de C_m.

3) Calculer $f_m'(x)$ et étudier les variations de f_m.

4) Construire dans le même repère orthonormé d'unité 1 cm les courbes C_{-1} et C_2 .

18 pts.

tourner s.v.pl.

Epreuve écrite

Examen de fin d'études secondaires 2000	Nom et prénom du candidat:
Section: B septembre	....
Branche: Mathématiques II	....

suite

IV. 1) Soit a un réel donné et (E) l'équation d'inconnue x :

(E) $e^x - 2a(a + 2)e^{-x} + 2 - a = 0$

Résoudre, suivant les valeurs de a, l'équation (E) dans $\mathbb{R}$.

2) A l'aide d'une intégration par parties déterminer :

$$f(x) = \int_e^x \frac{\ln t}{(1-t)^2}\,dt \quad \text{pour } x \in]1, +\infty[\qquad \left(\frac{1}{t(1-t)} = \frac{a}{t} + \frac{b}{1-t}\right)$$

Calculer ensuite $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to 1^+} f(x)$

3) Une urne contient 4 boules rouges numérotées de 1 à 4, 6 boules blanches numérotées de 1 à 6 et 8 boules vertes numérotées de 1 à 8.

On tire simultanément 5 boules de l'urne.

a) Combien y a-t-il de tirages où les cinq boules portent toutes un numéro impair ?

b) Combien y a-t-il de tirages où parmi les cinq boules il y a exactement une qui porte le numéro 4 ?

c) Combien y a-t-il de tirages où parmi les cinq boules il y a exactement une blanche et aussi exactement une qui porte le numéro 4 ?

16 (6+6+4) pts.