

CHAPITRES 5 et 6

PROBABILITÉS ET DÉNOMBREMENTS

Exercice 1

Dans un magasin les modes de paiement et les montants des achats sont répartis de la façon suivante :

- 50% des achats ont été payés par chèque
- 70% des achats sont d'un montant inférieur ou égal à 200 € dont 20 % sont réglés en espèces
- 15% des achats sont réglés par carte et sont d'un montant inférieur ou égal à 200 €
- 2% des achats sont d'un montant supérieur à 200 € et sont réglés en espèces.

1) Recopiez et complétez le tableau suivant où M désigne le montant des achats :

Modes de paiement	$M \leq 200$	$M > 200$	total
espèces			
chèque			
carte			
total			

- 2) On prend au hasard un bordereau d'achat. Quelle est la probabilité que l'achat
- a) dépasse 200 € ?
 - b) soit réglé en espèces ou par chèque ?
 - c) soit réglé en espèces, sachant que son montant est supérieur à 200 € ?
 - d) soit d'un montant inférieur ou égal à 200 € sachant qu'il a été réglé en espèces ou par carte ?

Exercice 2

En classe de première les élèves des sections B et C doivent choisir deux langues : français – allemand (F+D), français – anglais (F+A) ou allemand – anglais (D+A).

Pendant l'année scolaire 2014 – 2015 :

- 73 élèves de première d'un lycée sont en section B ou C

- parmi ces 73 élèves 15 ont choisi D+A
- parmi ces 73 élèves 21 ont choisi F+D
- 10 ont choisi la section B et F+A
- 21 élèves sont inscrits en section B
- 41 élèves de la section C font du français

- 1) Dressez un tableau complet qui représente cette situation.
- 2) En choisissant au hasard un élève parmi les 73, quelle est la probabilité
 - a) qu'il soit inscrit en section C ?
 - b) qu'il ait choisi de ne pas faire d'allemand ?
 - c) qu'il soit en section B et qu'il ait choisi le cours d'anglais ?
 - d) qu'il ait choisi F+A sachant qu'il est en section C ?
 - e) qu'il soit en section C sachant qu'il a choisi F+A ?
 - f) qu'il ait choisi l'allemand sachant qu'il est en section B ?
 - g) qu'il ait choisi de faire du français **ou** de l'anglais ?

Exercice 3

Dans un laboratoire on propose trois sortes de grains à des rats : A, B et C. L'étude a montré que la probabilité qu'un rat préfère les graines A est de $\frac{1}{4}$, qu'il préfère les graines B de $\frac{1}{3}$.

On répète trois fois l'expérience de mettre un rat en présence des trois sortes de grains.

- 1) Faites un diagramme en arbre montrant tous les résultats possibles de cette expérience.
- 2) Quelle est la probabilité que le rat choisisse trois fois la même graine ?
- 3) Quelle est la probabilité que le rat choisisse au moins une fois la graine A ?

Exercice 4

Dans un groupe de 800 personnes, on relève la couleur des yeux et celle des cheveux. On résume les résultats dans le tableau suivant :

	Cheveux noirs	Cheveux blonds	total
Yeux bruns		120	710
Yeux bleus			
total		200	

- 1) Recopiez et complétez le tableau en indiquant vos calculs.
- 2) On choisit une personne au hasard.
 - a) Quelle est la probabilité qu'elle ait les cheveux noirs et les yeux bleus ?

- b) Quelle est la probabilité qu'elle ait les cheveux noirs sachant qu'elle a les yeux bleus ?
- c) Quelle est la probabilité qu'elle ait les cheveux blonds sachant qu'elle n'a pas les yeux bruns ?

Exercice 5

Dans un groupe de touristes il y a des belges (B), des français (F) et des allemands (D).

- Le groupe contient 55 % de femmes.
- 35 % des membres du groupe sont belges dont 40 % d'hommes.
- 18 % des membres du groupe sont des femmes allemandes.
- 22 % des membres du groupe sont des hommes français.

1) Recopier et complétez le tableau suivant en indiquant vos calculs éventuels :

	B	F	D	totaux
femmes				
hommes				
totaux				

- 2) En choisissant au hasard l'une des personnes du groupe, quelle est la probabilité que cette personne :
- a) soit une femme belge ?
 - b) ne soit pas française ?
 - c) ne soit ni belge, ni un homme ?
 - d) soit un homme sachant qu'elle est allemande ?
 - e) soit allemande sachant que c'est un homme ?

Exercice 6

On tire une main de 5 cartes d'un jeu de 32 cartes. Quelle est la probabilité que cette main comporte

- 1) 2 trèfles et 3 cœurs ?
- 2) uniquement des « images » (rois, dames, valets) ?
- 3) 5 cartes de même couleur ?
- 4) exactement 2 rois et 2 dames qui forment deux couples (un « couple » est un roi et une dame de même couleur) ?
- 5) 3 valets et 3 cœurs ?

- 6) exactement 2 as et 2 piques ?
- 7) un as, une dame, un valet, un neuf et un sept ?
- 8) 5 valeurs consécutives (p. ex. 9 de cœur + 10 de pique + valet de cœur + dame de trèfle + roi de pique) ?
- 9) 5 valeurs consécutives de même couleur ?
- 10) au moins un valet ?
- 11) au plus 4 cartes rouges ?
- 12) au moins une carte de chaque couleur ?
- 13) exactement un as et un carreau ?
- 14) quatre cartes de même valeur ?

Exercice 7

Les six faces d'un dé régulier sont marquées de la manière suivante : trois faces portent le chiffre 1, deux faces le chiffre 3 et une face le chiffre 2.

- 1) Calculez $p(1)$, $p(2)$, $p(3)$ et $p(4)$.
- 2) On lance le dé deux fois de suite. Quelle est la probabilité
 - a) d'obtenir 2 au premier jet et 1 au deuxième jet ?
 - b) d'obtenir deux fois le même résultat ?
 - c) que la somme des deux résultats soit égale à 6 ?
 - d) que la somme des deux résultats soit égale à 4 ?

Exercice 8

On forme des nombres à deux chiffres de la manière suivante : on jette un dé normal deux fois de suite et on choisit le résultat du premier jet comme chiffre des dizaines, celui du deuxième jet comme chiffre des unités.

- 1) Combien de nombres peut-on obtenir de cette façon ? Quel est le plus petit nombre qu'on peut obtenir ? Quel est le plus grand ?
- 2) Quelle est la probabilité d'obtenir
 - a) un nombre impair ?
 - b) un nombre strictement supérieur à 42 ?
 - c) un nombre compris entre 30 et 51 ?
 - d) un multiple de 5 ?
 - e) un multiple de 10 ?

- f) un multiple de 3 ?
- g) le carré d'un entier ?

Exercice 9

Anatole a décidé de lancer un dé régulier jusqu'à ce qu'il obtienne un 6.

- 1) Quelle est la probabilité qu'il obtienne 6
 - a) au 1^{er} jet ?
 - b) au 2^e jet ?
 - c) au 3^e jet ?
 - d) au 10^e jet ?
 - e) au n^e jet ?
 - f) au 5^e jet au plus tard ?
- 2) Quel est la probabilité qu'il soit obligé de jouer au moins 4 fois ?

Exercice 10

Dans une urne il y a 1 boule blanche, 2 boules noires, 3 boules rouges, 4 boules jaunes et 5 boules vertes.

- 1) En tirant simultanément 5 boules de l'urne, quelle est la probabilité d'obtenir une boule de chaque couleur ?
- 2) On tire successivement 3 boules de l'urne en remettant à chaque fois la boule tirée dans l'urne avant de tirer la suivante (tirage avec ordre et avec remise). Quelle est la probabilité de tirer
 - a) 3 boules vertes ?
 - b) 1 jaune et 2 rouges ?
 - c) 3 boules de même couleur ?
- 3) Reprenez la question 2) sans remettre les boules tirées dans l'urne (tirages avec ordre et sans remise).

Exercice 11

Un dé à huit faces marquées A, B, C, D, E, F, G et H est truqué de telle manière que $p(A) = 0,2$, $p(F) = 0,26$ et que les autres faces soient équiprobables.

- 1) Calculez la probabilité d'obtenir B .
- 2) Calculez la probabilité d'obtenir une voyelle.
- 3) Calculez la probabilité d'obtenir A, B ou C .
- 4) Calculez la probabilité d'obtenir ABC dans cet ordre en jetant le dé trois fois de suite.

Exercice 12

On tire une main de six cartes d'un jeu de 52 cartes.

- 1) Combien de mains différentes peut-on tirer ?
- 2) Quelle est la probabilité que cette main comporte :
 - a) deux cœurs et quatre trèfles ?
 - b) six cartes de même couleur ?
 - c) quatre as, deux carreaux et deux piques ?
 - d) six valeurs consécutives (p. ex. 8 – 9 – 10 – V – D – R, pas nécessairement de la même couleur) ?
 - e) au moins un carreau ?
 - f) au plus cinq piques ?

Exercice 13

On lance deux fois de suite un dé à quatre faces numérotées de 1 à 4 (en forme de pyramide régulière) et on additionne les deux résultats.

- 1) Présentez les résultats possibles.
- 2) Quelle est la probabilité d'obtenir 5 ?
- 3) Quelle est la probabilité d'obtenir au moins 4 ?
- 4) Quelle est la probabilité d'obtenir 9 ?
- 5) Quelle est la probabilité d'obtenir un nombre impair ?
- 6) Quelle est la probabilité d'obtenir un nombre divisible par 3 ?

Exercice 14

Une urne contient huit boules bleues numérotées de 1 à 8, quinze boules noires numérotées de 1 à 15 et deux boules rouges numérotées de 1 à 2.

- A) On tire simultanément quatre boules de l'urne.
 - 1) Combien de tirages différents y a-t-il ?
 - 2) Quelle est la probabilité d'obtenir quatre boules de même couleur ?
 - 3) Quelle est la probabilité d'obtenir au moins deux boules bleues ?
 - 4) Quelle est la probabilité d'obtenir au plus trois boules rouges ?
- B) On tire successivement et avec remise quatre boules de l'urne
 - 1) Combien de tirages différents y a-t-il ?
 - 2) Quelle est la probabilité d'obtenir quatre boules de même couleur ?

3) Quelle est la probabilité d'obtenir exactement deux boules bleues ?

Exercice 15

On tire une carte d'un jeu de 32 cartes et on a gagné si c'est un as, perdu sinon. Ensuite on tire une deuxième, puis une troisième carte, sans remettre les cartes tirées dans le jeu (*on tire toujours trois cartes, même après avoir gagné*).

- 1) Dessinez un diagramme en arbre montrant tous les déroulements possibles de ce jeu en indiquant les probabilités sur le diagramme.
- 2) Calculez la probabilité :
 - a) de gagner exactement deux fois (c'est-à-dire de tirer exactement deux as).
 - b) de gagner au moins une fois.
- 3) Combien faudrait-il tirer de cartes pour être sûr de gagner au moins une fois ?

Exercice 16

Voici quelques explications sur le **jeu de la roulette** :

Une roulette comporte 36 cases numérotées de 1 à 36, avec une alternance de cases rouges et noires, et le zéro qui est à part au sens où il n'est considéré ni comme rouge, ni comme noir, ni comme pair, ni comme un nombre inférieur à 18 (manque). A chaque tour un seul de ces **37** numéros va sortir et un joueur peut miser sur :

- un seul des 37 numéros : s'il sort il gagne 35 fois sa mise qu'on lui rend également
- deux numéros adjacents (**cheval**, *p.ex.* 1 – 2, 10 – 13, 29 – 32) : si l'un des deux sort il gagne 17 fois sa mise
- trois numéros adjacents (**transversale**, *p.ex.* 1 – 2 – 3, 10 – 13 – 16, 24 – 27 – 30) : si l'un des trois sort il gagne 11 fois sa mise
- quatre numéros adjacents (**carré**, *p.ex.* 1 – 2 – 4 – 5, 23 – 24 – 26 – 27) : si l'un des quatre sort il gagne 8 fois sa mise
- une **douzaine** qui lui permet de gagner deux fois sa mise :
 - une des trois colonnes
 - 12^P : les numéros de 1 à 12
 - 12^M : les numéros de 13 à 24
 - 12^D : les numéros de 25 à 36
- une **chance simple** qui lui permet de gagner une fois sa mise :
 - rouge ou noir

- manque (numéro compris entre 1 et 18) ou passe (numéro entre 19 et 36)
- pair ou impair

Un joueur a le droit de faire plusieurs mises à chaque coup, p.ex. il peut miser 5 € sur pair, 2 € sur 6 et 13 € sur rouge.

		0						
PASSE		1	2	3		MANQUE		
		4	5	6				
		7	8	9				
		10	11	12				
PAIR		13	14	15		IMPAIR		
		16	17	18				
		19	20	21				
		22	23	24				
◆		25	26	27		◆		
		28	29	30				
		31	32	33				
		34	35	36				
12^P	12^M	12^D				12^D	12^M	12^P

- 1) Combien de résultats différents peut-on obtenir en jouant trois parties avec ordre ?
- 2) Calculer la probabilité de gagner en misant
 - a) sur un numéro
 - b) sur un cheval
 - c) sur une transversale
 - d) sur un carré
 - e) sur une colonne
 - f) sur pair.
- 3) Vous jouez deux fois de suite en misant au premier coup sur le zéro et au deuxième coup sur manque :
 - a) Représentez cette situation à l'aide d'un diagramme en arbre.
 - b) Quelle est la probabilité de perdre les deux fois ?

- c) Quelle est la probabilité de gagner exactement une fois ?
 - d) Quelle est la probabilité de perdre au moins une fois ?
- 4) Quelle est la probabilité d'obtenir :
- a) passe ou 3 ?
 - b) manque ou 7 ?
 - c) 25 et noir ?
 - d) pair ou passe ?
 - e) passe ou manque ?
 - f) 12^M et pair ?
 - g) 1^{ère} colonne mais pas pair ?
 - h) rouge ou noir ou zéro ?
- 5) En misant 7 € sur pair et 7 € sur impair sur un coup, quelle est la probabilité de perdre de l'argent ?
- 6) En misant 1 € sur le zéro, 2 € sur rouge et 3 € sur noir lors d'une partie, quelle est la probabilité de gagner de l'argent ? Précisez les sommes qu'il peut gagner.
- 7) Vous misez sur rouge et sur pair lors d'une partie. Quelle est la probabilité que vous perdiez les deux mises?
- 8) On joue trois fois à cheval sur 19 et 20 :
- a) Quelle est la probabilité de gagner trois fois ?
 - b) Quelle est la probabilité de gagner au moins une fois ?
- 9) On joue trois fois de suite manque. Quelle est la probabilité de gagner au plus deux fois ?
- 10) Quelle est la probabilité d'obtenir trois numéros différents en jouant trois parties consécutives?
- 11) Quelle est la probabilité d'obtenir sur trois coups :
- a) Passe, zéro et 15 dans cet ordre ?
 - b) Passe, zéro et 15 dans n'importe quel ordre ?

SOLUTIONS

Exercice 1

1)

Modes de paiement	$M \leq 200$	$M > 200$	total
espèces	14%	2%	16%
chèque	41%	9%	50%
carte	15%	19%	34%
total	70%	30%	100%

2) a) $p(M > 200) = \frac{30}{100} = 0,3$

b) $p(\text{espèces ou chèque}) = \frac{16+50}{100} = 0,66$

c) $p(\text{en espèces sachant que } M > 200) = \frac{2}{30} = \frac{1}{15}$

d) $p(M \leq 200 \text{ sachant que espèces ou carte}) = \frac{14+15}{16+34} = \frac{29}{50} = 0,58$

Exercice 2

1)

	F+D	F+A	D+A	total
B	7	10	4	21
C	14	27	11	52
total	21	37	15	73

2) a) $p(C) = \frac{52}{73} \approx 0,71$

b) $p(\text{pas } D) = p(F + A) = \frac{37}{73} \approx 0,51$

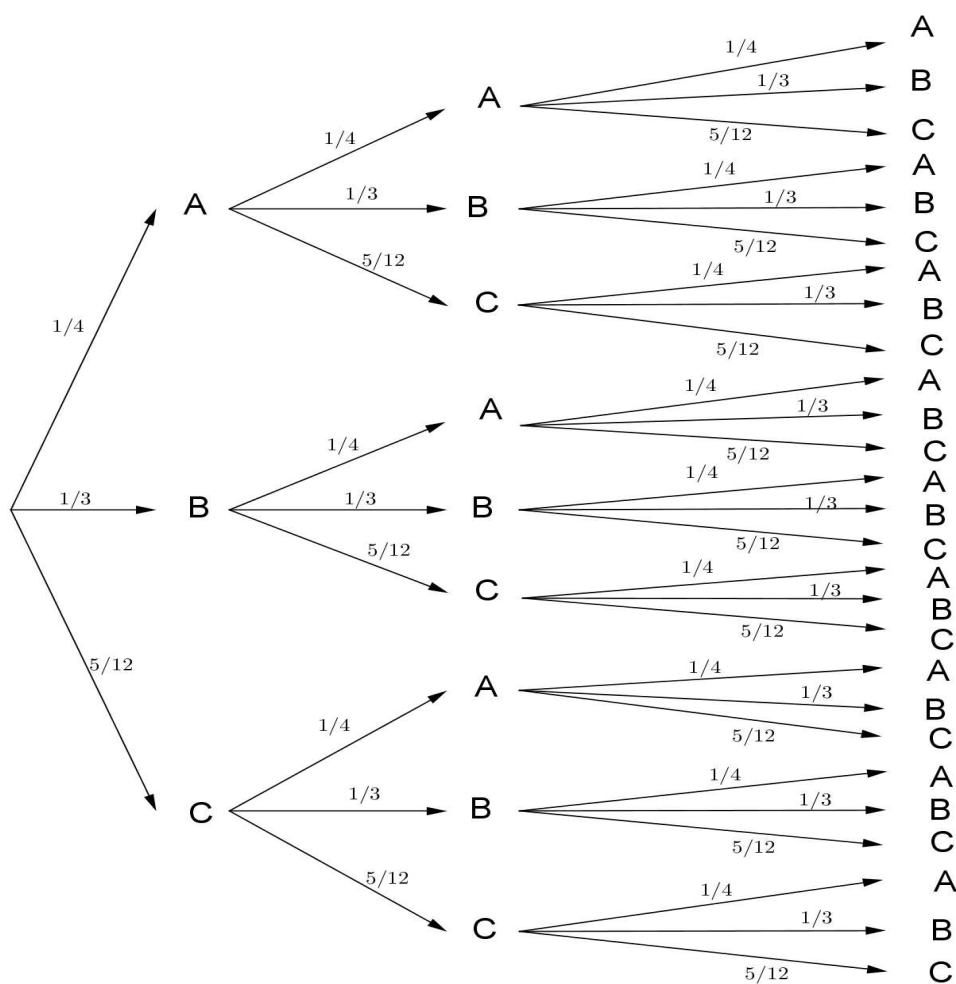
c) $p(B \text{ et } (F + A \text{ ou } D + A)) = \frac{14}{73} \approx 0,19$

d) $p(F + A \text{ sachant } C) = \frac{27}{52} \approx 0,52$

- e) $p(C \text{ sachant } F + A) = \frac{27}{37} \approx 0,73$
- f) $p(D \text{ sachant } B) = \frac{7+4}{21} = \frac{11}{21} \approx 0,52$
- g) $p(F \text{ ou } A) = \frac{73}{73} = 1$

Exercice 3

1) $p(A) = \frac{1}{4}$, $p(B) = \frac{1}{3}$ et $p(C) = 1 - \frac{1}{4} - \frac{1}{3} = \frac{5}{12}$



- 2) $p(AAA \text{ ou } BBB \text{ ou } CCC) = \left(\frac{1}{4}\right)^3 + \left(\frac{1}{3}\right)^3 + \left(\frac{5}{12}\right)^3 = \frac{1}{8}$
- 3) $p(\text{au moins une fois } A) = 1 - p(\text{trois fois } B \text{ ou } C) = 1 - \left(\frac{1}{3} + \frac{5}{12}\right)^3 = \frac{37}{64} \approx 0,58$

Exercice 4

1)

	Cheveux noirs	Cheveux blonds	total
Yeux bruns	$710 - 120 = 590$	120	710
Yeux bleus	$90 - 80 = 10$	$200 - 120 = 80$	$800 - 710 = 90$
total	$800 - 200 = 600$	200	800

2) a) $p(CN \text{ et } YBl) = \frac{10}{800} = \frac{1}{80}$

b) $p(CN \text{ sachant } YBl) = \frac{10}{90} = \frac{1}{9}$

c) $p(CBl \text{ sachant pas } YB) = p(CBl \text{ sachant } YBl) = \frac{80}{90} = \frac{8}{9}$

Exercice 5

1) 40% de 35% = $0,4 \cdot 35 = 14\%$

	B	F	D	totaux
femmes	$35 - 14 = 21\%$	$38 - 22 = 16\%$	18%	55%
hommes	14%	22%	$45 - 14 - 22 = 9\%$	$100 - 55 = 45\%$
totaux	35%	$100 - 35 - 27 = 38\%$	$9 + 18 = 27\%$	100%

2) a) $p(\text{femme } B) = \frac{21}{100} = 0,21$

b) $p(\text{pas } F) = \frac{35 + 27}{100} = 0,62$

c) $p(\text{femme et pas } B) = \frac{16 + 18}{100} = 0,34$

d) $p(\text{homme sachant } D) = \frac{9}{27} = \frac{1}{3} \approx 0,33$

e) $p(D \text{ sachant homme}) = \frac{9}{45} = \frac{1}{5} = 0,2$

Exercice 6

Le nombre de cas possibles est $C_{32}^5 = 201376$.

$$1) \quad p(2 \text{ trèfles et } 3 \text{ coeurs}) = \frac{C_8^2 \cdot C_8^3}{C_{32}^5} = \frac{7}{899} \approx 0,008$$

$$2) \quad p(5 \text{ images}) = \frac{C_{12}^5}{C_{32}^5} = \frac{99}{25172} \approx 0,004$$

$$3) \quad p(5 \text{ cartes de même couleur}) = \frac{4 \cdot C_8^5}{C_{32}^5} = \frac{1}{899} \approx 0,001$$

4) $C_4^2 = 6$ possibilités pour choisir les deux couples et 24 possibilités pour choisir la 5^e carte (ni roi, ni dame), d'où $p(2 \text{ couples}) = \frac{6 \cdot 24}{C_{32}^5} = \frac{9}{12586} \approx 0,0007$

$$5) \quad p(3 \text{ valets et } 3 \text{ coeurs}) = p(\text{valet de coeur et } 2 \text{ autres valets et } 2 \text{ autres coeurs}) \\ = \frac{C_3^2 \cdot C_7^2}{C_{32}^5} = \frac{9}{28768} \approx 0,0003$$

6) Avec as de pique : $1 \cdot 3 \cdot 7 \cdot C_{21}^2 = 4410$ possibilités

Sans as de pique : $C_3^2 \cdot C_7^2 \cdot C_{21}^1 = 1323$

$$p(\text{exactement } 2 \text{ as et } 2 \text{ piques}) = \frac{4410 + 1323}{C_{32}^5} = \frac{819}{28768} \approx 0,03$$

$$7) \quad p(1 \text{ as et } 1 \text{ dame et } 1 \text{ valet et } 1 \text{ neuf et } 1 \text{ sept}) = \frac{4^5}{C_{32}^5} = \frac{32}{6293} \approx 0,005$$

8) La plus petite valeur des 5 valeurs consécutives est 7, 8, 9 ou 10 donc il y a 4 suites possibles et pour chacune d'elles il y a 4^5 possibilités, d'où :

$$p(5 \text{ valeurs consécutives}) = \frac{4 \cdot 4^5}{C_{32}^5} = \frac{128}{6293} \approx 0,02$$

9) Pour chaque couleur il y a 4 suites possibles, d'où :

$$p(5 \text{ valeurs consécutives de même couleur}) = \frac{4 \cdot 4}{C_{32}^5} = \frac{1}{12586} \approx 0,00008$$

$$10) \quad p(\text{au moins } 1 \text{ valet}) = 1 - p(\text{pas de valet}) = 1 - \frac{C_{28}^5}{C_{32}^5} = \frac{1841}{3596} \approx 0,51$$

$$11) \quad p(\text{au plus } 4 \text{ rouges}) = 1 - p(5 \text{ rouges}) = 1 - \frac{C_{16}^5}{C_{32}^5} = \frac{1759}{1798} \approx 0,98$$

- 12) Au moins une carte de chaque couleur signifie 3 couleurs avec 1 carte (8^3 possibilités) et une couleur avec 2 cartes ($C_8^2 = 28$ possibilités), et comme il y a 4 possibilités pour choisir la couleur avec 2 cartes il y a en tout $4 \cdot 8^3 \cdot 28 = 57344$ possibilités donc

$$p(\text{au moins 1 carte de chaque couleur}) = \frac{57344}{C_{32}^5} = \frac{256}{899} \approx 0,28$$

13) $p(\text{exactement un as et un carreau}) = \frac{1 \cdot C_{21}^4 + 3 \cdot 7 \cdot C_{21}^3}{C_{32}^5} = \frac{4845}{28768} \approx 0,17$

14) $p(4 \text{ cartes de même valeur}) = \frac{8 \cdot 28}{C_{32}^5} = \frac{1}{899} \approx 0,001$

Exercice 7

1) $p(1) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$, $p(2) = \frac{1}{6}$, $p(3) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ et $p(4) = 0$.

- 2) Il y a $3 \cdot 3 = 9$ résultats possibles (3 pour le 1^{er} jet et ensuite 3 pour le 2^e jet).

a) $p(2 \text{ au premier jet et } 1 \text{ au deuxième jet}) = p(2) \cdot p(1) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{12}$

b) $p(2 \text{ fois le même résultat}) = p(1) \cdot p(1) + p(2) \cdot p(2) + p(3) \cdot p(3)$
 $= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{7}{18}$

c) $3 + 3 = 6$ est la seule façon d'obtenir 6 d'où : $p(\text{somme égale } 6) = p(3) \cdot p(3) = \frac{1}{9}$

- d) Il y a 3 façons d'obtenir une somme de 4 : $1 + 3 = 2 + 2 = 3 + 1 = 4$ d'où :

$$p(\text{somme égale } 4) = p(1) \cdot p(3) + p(2) \cdot p(2) + p(3) \cdot p(1) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{13}{36}$$

Exercice 8

- 1) On peut obtenir $6 \cdot 6 = 36$ nombres, le plus petit est 11 et le plus grand 66.

- 2) a) Pour obtenir un nombre pair il faut obtenir 2, 4 ou 6 au 2^e jet donc

$$p(\text{obtenir un nombre pair}) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

- b) nombres possibles : 43, 44, 45, 46 et les nombres qui commencent par 5 et par 6 donc

$$p(\text{obtenir un nombre } > 42) = \frac{4 + 6 + 6}{36} = \frac{16}{36} = \frac{4}{9}$$

- c) nombres possibles : 31, 32, ..., 36, 41, ..., 46, 51 c'est-à-dire 13 possibilités donc

$$p(30 \leq \text{nombre} \leq 51) = \frac{13}{36}$$

d) pour obtenir un multiple de 5 il faut obtenir 5 au 2^e jet donc

$$p(\text{obtenir un multiple de 5}) = \frac{1}{6}$$

e) pour obtenir un multiple de 10 il faudrait obtenir 0 au 2^e jet, ce qui est impossible :

$$p(\text{obtenir un multiple de 10}) = 0$$

f) multiples de 3 : 12, 15, 21, 24, 33, 36, 42, 45, 51, 54, 63, 66 d'où :

$$p(\text{obtenir un multiple de 3}) = \frac{12}{36} = \frac{1}{3}$$

g) carrés d'un entier possibles : 16, 25, 36, 64 d'où :

$$p(\text{obtenir un carré}) = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$$

Exercice 9

1) a) $p(6 \text{ au } 1^{\text{er}} \text{ jet}) = \frac{1}{6}$

b) $p(6 \text{ au } 2^{\text{e}} \text{ jet}) = \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{5}{6^2}$ car au 1^{er} jet il faut un chiffre différent de 6.

c) $p(6 \text{ au } 3^{\text{e}} \text{ jet}) = \left(\frac{5}{6}\right)^2 \cdot \frac{1}{6} = \frac{5^2}{6^3}$ car aux deux premiers jets il faut un chiffre différent de 6.

d) $p(6 \text{ au } 10^{\text{e}} \text{ jet}) = \left(\frac{5}{6}\right)^9 \cdot \frac{1}{6} = \frac{5^9}{6^{10}}$ car aux neuf premiers jets il faut un chiffre différent de 6.

e) $p(6 \text{ au } n\text{-ième jet}) = \left(\frac{5}{6}\right)^{n-1} \cdot \frac{1}{6} = \frac{5^{n-1}}{6^n}$

f) $p(6 \text{ au } 5^{\text{e}} \text{ jet au plus tard}) = 1 - p(\text{pas de 6 aux 5 premiers jets})$

$$= 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^5 = \frac{4651}{7776} \approx 0,6$$

2) Jouer au moins 4 fois signifie obtenir un résultat différent de 6 aux 3 premiers jets, d'où :

$$p(\text{jouer au moins 4 fois}) = \left(\frac{5}{6}\right)^3 = \frac{125}{216} \approx 0,58$$

Exercice 10

Il y a 15 boules dans l'urne : 1 B, 2 N, 3 R, 4 J et 5 V

$$1) p(\text{obtenir une boule de chaque couleur}) = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5}{C_{15}^5} = \frac{40}{1001} \approx 0,04$$

$$2) \text{ Nombre de tirages possibles : } 15^3 = 3375$$

$$a) p(\text{obtenir 3 V}) = \frac{5^3}{15^3} = \frac{1}{27}$$

$$b) p(1 \text{ J et } 2 \text{ R}) = \frac{3 \cdot 4 \cdot 3^2}{15^3} = \frac{4}{125} = 0,032 \text{ car il y a 3 possibilités pour choisir la place de la boule jaune.}$$

$$c) p(3\text{B ou } 3\text{N ou } 3\text{R ou } 3\text{J ou } 3\text{V}) = \frac{1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + 5^3}{15^3} = \frac{1}{15} \approx 0,067$$

$$3) \text{ Nombre de tirages possibles : } 15 \cdot 14 \cdot 13 = 2730$$

$$a) p(\text{obtenir 3 V}) = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{2730} = \frac{2}{91} \approx 0,02$$

$$b) p(1 \text{ J et } 2 \text{ R}) = \frac{3 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{2730} = \frac{12}{455} = 0,026 \text{ car il y a 3 possibilités pour choisir la place de la boule jaune.}$$

$$c) p(3\text{R ou } 3\text{J ou } 3\text{V}) = \frac{3 \cdot 2 \cdot 1 + 4 \cdot 3 \cdot 2 + 5 \cdot 4 \cdot 3}{2730} = \frac{3}{91} \approx 0,033$$

Exercice 11

$$1) p(A) + p(F) = 0,2 + 0,26 = 0,46 \quad \text{et} \quad p(B) = p(C) = p(D) = p(E) = p(G) = p(H) = x \quad \text{donc}$$

$$6x + 0,46 = 1 \Leftrightarrow x = 0,09 \quad \text{et par conséquent} \quad p(B) = 0,09.$$

$$2) p(\text{voyelle}) = p(A) + p(E) = 0,2 + 0,09 = 0,29.$$

$$3) p(A \text{ ou } B \text{ ou } C) = p(A) + p(B) + p(C) = 0,2 + 0,09 + 0,09 = 0,38$$

$$4) p(ABC) = p(A) \cdot p(B) \cdot p(C) = 0,2 \cdot 0,09 \cdot 0,09 = 0,00162.$$

Exercice 12

$$1) \text{ Nombre de mains possibles : } C_{52}^6 = 20\,358\,520.$$

$$2) a) 13 \text{ cœurs} - 13 \text{ trèfles} - 26 \text{ autres}$$

$$p(2 \text{ coeurs et } 4 \text{ trèfles}) = \frac{C_{13}^2 \cdot C_{13}^4}{C_{52}^6} \approx 0,0027.$$

b) 13 cœurs – 13 trèfles – 13 carreaux – 13 piques

4 possibilités pour choisir une couleur

C_{13}^6 possibilités pour choisir 6 cartes d'une couleur

$$p(6 \text{ cartes de même couleur}) = \frac{4 \cdot C_{13}^6}{C_{52}^6} \approx 0,0003$$

c) 4 as – 12 autres carreaux – 12 autres piques – 24 autres

1 possibilité pour choisir les 4 as

12 possibilités pour choisir un autre carreau

12 possibilités pour choisir une autre pique

$$p(4 \text{ as et 2 carreaux et 2 piques}) = \frac{1 \cdot 12 \cdot 12}{C_{52}^6} \approx 0,000007$$

d) 8 possibilités pour choisir 6 valeurs consécutives : 2 – 3 – 4 – 5 – 6 – 7

3 – 4 – 5 – 6 – 7 – 8

.....

9 – 10 – V – D – R - as

Une fois la suite choisie il y a 4^6 possibilités pour choisir les 6 cartes (4 possibilités pour chaque valeur)

$$p(6 \text{ valeurs consécutives}) = \frac{8 \cdot 4^6}{C_{52}^6} \approx 0,0016$$

e) 13 carreaux – 39 autres

$$p(\text{au moins un carreau}) = 1 - p(\text{pas de carreau}) = 1 - \frac{C_{39}^6}{C_{52}^6} \approx 0,8397$$

f) 13 piques – 39 autres

$$p(\text{au plus 5 piques}) = 1 - p(6 \text{ piques}) = 1 - \frac{C_{13}^6}{C_{52}^6} \approx 0,9999$$

Exercice 13

1)

sommes	1	2	3	4
1	2	3	4	5
2	3	4	5	6
3	4	5	6	7
4	5	6	7	8

2) $p(5) = \frac{4}{16} = \frac{1}{4} = 0,25$

3) $p(\text{obtenir au moins 4}) = 1 - p(\text{obtenir 2 ou 3}) = 1 - \frac{3}{16} = \frac{13}{16} = 0,8125$

4) $p(9) = 0$

5) $p(\text{obtenir 3 ou 5 ou 7}) = \frac{8}{16} = 0,5$

6) $p(\text{obtenir un nombre divisible par 3}) = p(3 \text{ ou } 6) = \frac{5}{16} = 0,3125$

Exercice 14

Urne : 8 B, 15 N, 2 R

A) 1) Il y a $C_{25}^4 = 12650$ tirages possibles (tirages sans ordre et sans remise)

2) $p(\text{obtenir 4 boules de même couleur}) = p(4 \text{ B ou } 4 \text{ N}) = \frac{C_8^4 + C_{15}^4}{12650} \approx 0,1134$

3) 8 B et 17 autres

$$p(\text{obtenir au moins 2 B}) = 1 - p(0 \text{ B ou } 1 \text{ B}) = 1 - \frac{C_{17}^4 + 8 \cdot C_{17}^3}{12650} = \frac{21}{55} \approx 0,3818$$

4) $p(\text{obtenir au plus 2 R}) = 1$ (évènement certain puisqu'il n'y a que 2 R !)

B) 1) Il y a $25^4 = 390625$ tirages possibles (tirages avec ordre et avec remise)

2) $p(\text{obtenir 4 boules de même couleur}) = p(4 \text{ B ou } 4 \text{ N ou } 4 \text{ R}) = \frac{8^4 + 15^4 + 2^4}{390625} \approx 0,1401$

3) 8 B et 17 autres(A), il y a 6 possibilités pour choisir les places des 2 B :

BBAA – BABA – BAAB – ABBA – ABAB – AABB

Une fois ces emplacements choisis il y a $8^2 \cdot 17^2$ possibilités pour choisir 2 B et 2 A

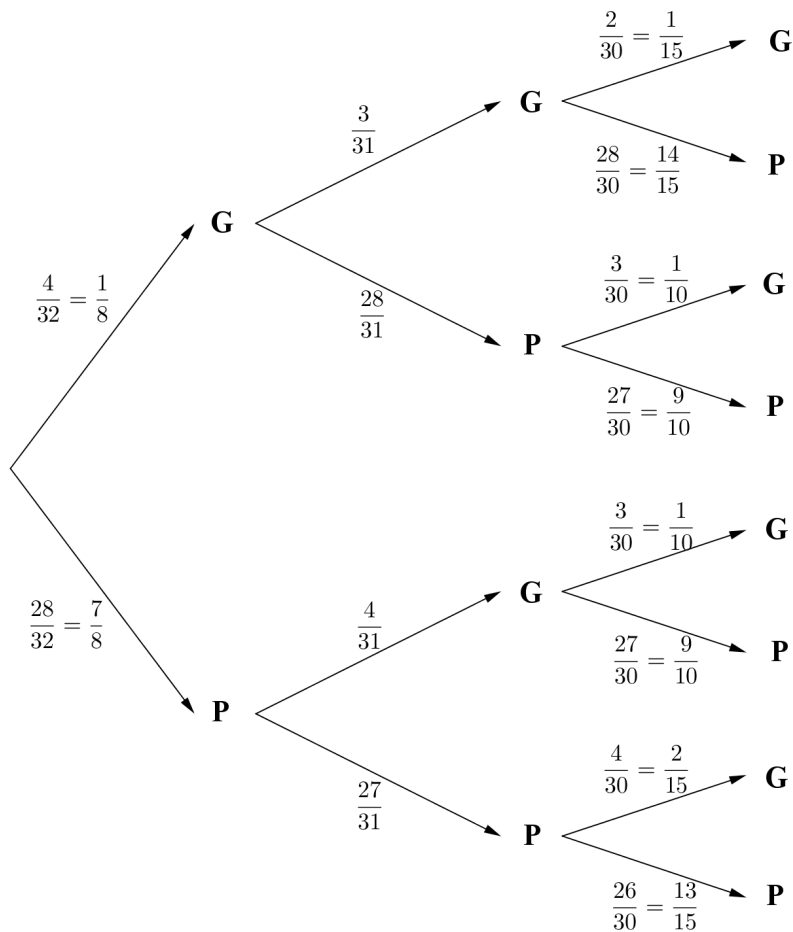
$$p(\text{obtenir exactement 2 B}) = \frac{6 \cdot 8^2 \cdot 17^2}{390625} \approx 0,2841$$

Exercice 15

G : tirer un as

P : tirer une autre carte

1)



2) a) $p(2G) = p(GGP) + p(GPG) + p(PGG)$

$$= \frac{1}{8} \cdot \frac{3}{31} \cdot \frac{14}{15} + \frac{1}{8} \cdot \frac{28}{31} \cdot \frac{1}{10} + \frac{7}{8} \cdot \frac{4}{31} \cdot \frac{1}{10} = \frac{21}{620} \approx 0,0339$$

b) $p(\text{G au moins une fois}) = 1 - p(PPP) = 1 - \frac{7}{8} \cdot \frac{27}{31} \cdot \frac{13}{15} = \frac{421}{1240} \approx 0,3395$

3) Il faudrait tirer au moins 29 cartes pour être sûr de gagner au moins une fois.

Exercice 16

1) Nombre de résultats (tirages avec ordre et avec répétition) : $37^3 = 50\,653$

2) a) $p(\text{gagner avec 1 numéro}) = \frac{1}{37} \approx 0,027$

b) $p(\text{gagner avec 1 cheval}) = \frac{2}{37} \approx 0,054$

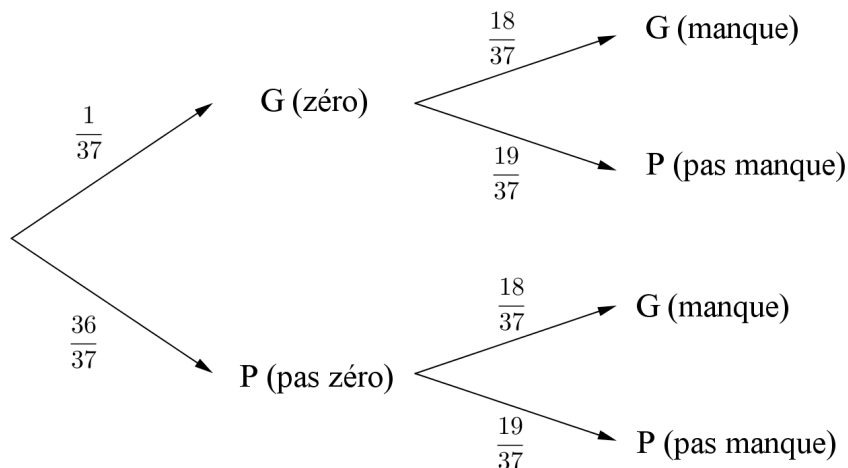
c) $p(\text{gagner avec 1 transversale}) = \frac{3}{37} \approx 0,081$

d) $p(\text{gagner avec 1 carré}) = \frac{4}{37} \approx 0,1081$

e) $p(\text{gagner avec 1 colonne}) = \frac{12}{37} \approx 0,3243$

f) $p(\text{gagner avec pair}) = \frac{18}{37} \approx 0,4865$

3) a)



b) $p(PP) = \frac{36}{37} \cdot \frac{19}{37} \approx 0,4996$

c) $p(GP \text{ ou } PG) = \frac{1}{37} \cdot \frac{19}{37} + \frac{36}{37} \cdot \frac{18}{37} \approx 0,4872$

d) $p(\text{perdre au moins une fois}) = 1 - p(GG) = 1 - \frac{1}{37} \cdot \frac{18}{37} \approx 0,9869$

4) a) $p(\text{passe ou 3}) = \frac{18+1}{37} \approx 0,5135$

- b) $p(\text{manque ou } 7) = \frac{18}{37} \approx 0,4865$
- c) $p(25 \text{ et noir}) = 0$
- d) $p(\text{passe ou pair}) = \frac{27}{37} \approx 0,7297$
- e) $p(\text{passe ou manque}) = \frac{18+18}{37} \approx 0,9730$
- f) $p(12^M \text{ et pair}) = \frac{6}{37} \approx 0,1622$
- g) $p(\text{1re colonne mais pas pair}) = \frac{6}{37} \approx 0,1622$
- h) $p(\text{rouge ou noir ou } 0) = 1$
- 5) $p(\text{perdre de l'argent}) = p(0) = \frac{1}{37} \approx 0,027$
- 6) Si 0 sort on gagne $35 - 2 - 3 = 30$ €
 Si rouge sort on perd $1 + 3 - 2 = 2$ €
 Si noir sort on ne gagne rien et ne perd rien.
- $p(\text{gagner de l'argent}) = p(0) = \frac{1}{37} \approx 0,027$
- 7) $p(\text{perdre les deux mises}) = p(\text{noir impair ou } 0) = \frac{8+1}{37} \approx 0,2432$
- 8) a) $p(GGG) = \left(\frac{2}{37}\right)^3 \approx 0,00016$
- b) $p(\text{gagner au moins une fois}) = 1 - p(PPP) = 1 - \left(\frac{35}{37}\right)^3 \approx 0,1536$
- 9) $p(\text{gagner au plus deux fois}) = 1 - p(GGG) = 1 - \left(\frac{18}{37}\right)^3 \approx 0,8849$
- 10) $p(\text{obtenir trois numéros différents}) = \frac{36}{37} \cdot \frac{35}{37} \approx 0,9204$
- 11) a) $p(\text{passe puis } 0 \text{ puis } 15) = \frac{18}{37} \cdot \frac{1}{37} \cdot \frac{1}{37} \approx 0,00036$
- b) $p(\text{passe - } 0 \text{ - } 15) = 3! \cdot \frac{18}{37} \cdot \frac{1}{37} \cdot \frac{1}{37} \approx 0,0021$