

## EXERCICES CHAPITRE I

### GENERALITES SUR LES FONCTIONS

#### Exercice 1

Déterminez le **domaine** des fonctions suivantes :

$$1) \quad f(x) = \frac{1-4x}{13-8x}$$

$$2) \quad f(x) = \frac{x^2-6x+8}{-x^2+6x-5}$$

$$3) \quad f(x) = \frac{x^3+x^2-3x-5}{x^2+2x+2}$$

$$4) \quad f(x) = \sqrt{2x+7}$$

$$5) \quad f(x) = \sqrt{9-x^2}$$

$$6) \quad f(x) = \sqrt{\frac{2x-1}{3-5x}}$$

$$7) \quad f(x) = \frac{1}{\sqrt{-2x^2+x+10}}$$

$$8) \quad f(x) = \frac{5x}{\sqrt{81-25x^2}}$$

$$9) \quad f(x) = \sqrt{\frac{2x^2-3x-27}{-x^2+3x-2}}$$

$$10) \quad f(x) = \frac{\sqrt{x^2-16}}{\sqrt{x^2+2x-24}}$$

$$11) \quad f(x) = \sqrt{\frac{3x-2}{-x^2+4x+5}}$$

$$12) \quad f(x) = \frac{\sqrt{144-x^2}}{8x-13}$$

$$13) \quad f(x) = \frac{1}{\sqrt{1+|x|}}$$

$$14) \quad f(x) = \frac{1}{\sqrt{5-|x|}}$$

$$15) \quad f(x) = \sqrt{\frac{15-3x^2-4x}{(-2x^4+3x^3+14x^2)(2x+8)}}$$

$$16) \quad f(x) = \sqrt{|x|-2}$$

$$17) \quad f(x) = \sqrt{\frac{-2x^2-9x+5}{x+3}}$$

$$18) \quad f(x) = \frac{1}{2-\sqrt{x}}$$

$$19) \quad f(x) = \frac{1}{5+\sqrt{x-7}}$$

#### Exercice 2

Déterminez l'**ensemble-image** des fonctions suivantes :

$$1) \quad f(x) = 5-8x$$

$$2) \quad f(x) = \frac{3}{x}$$

$$3) \quad f(x) = \sqrt{6-x}$$

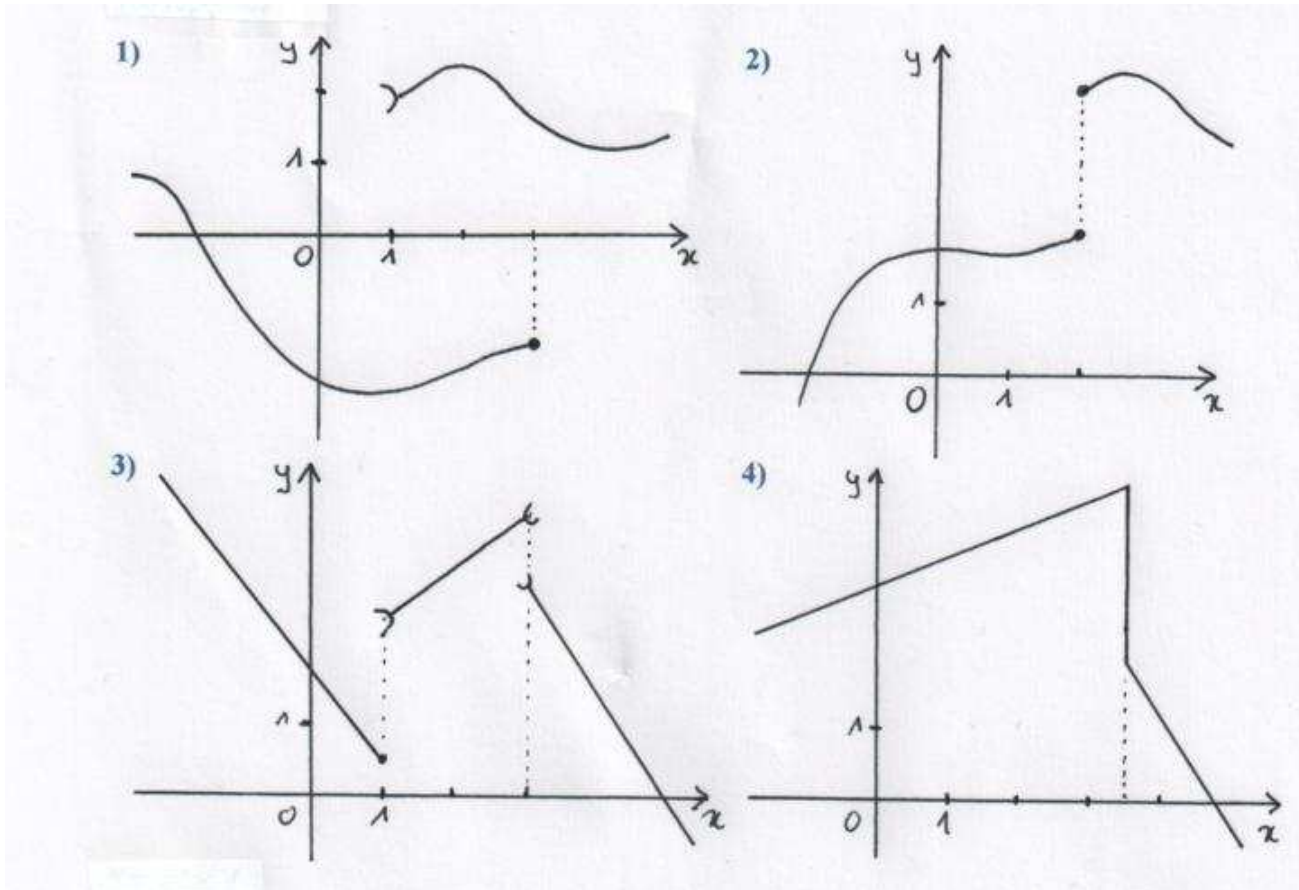
$$4) \quad f(x) = 5-x^2$$

5)  $f(x) = \frac{2}{x-7}$

6)  $f(x) = \frac{x+1}{x-2}$

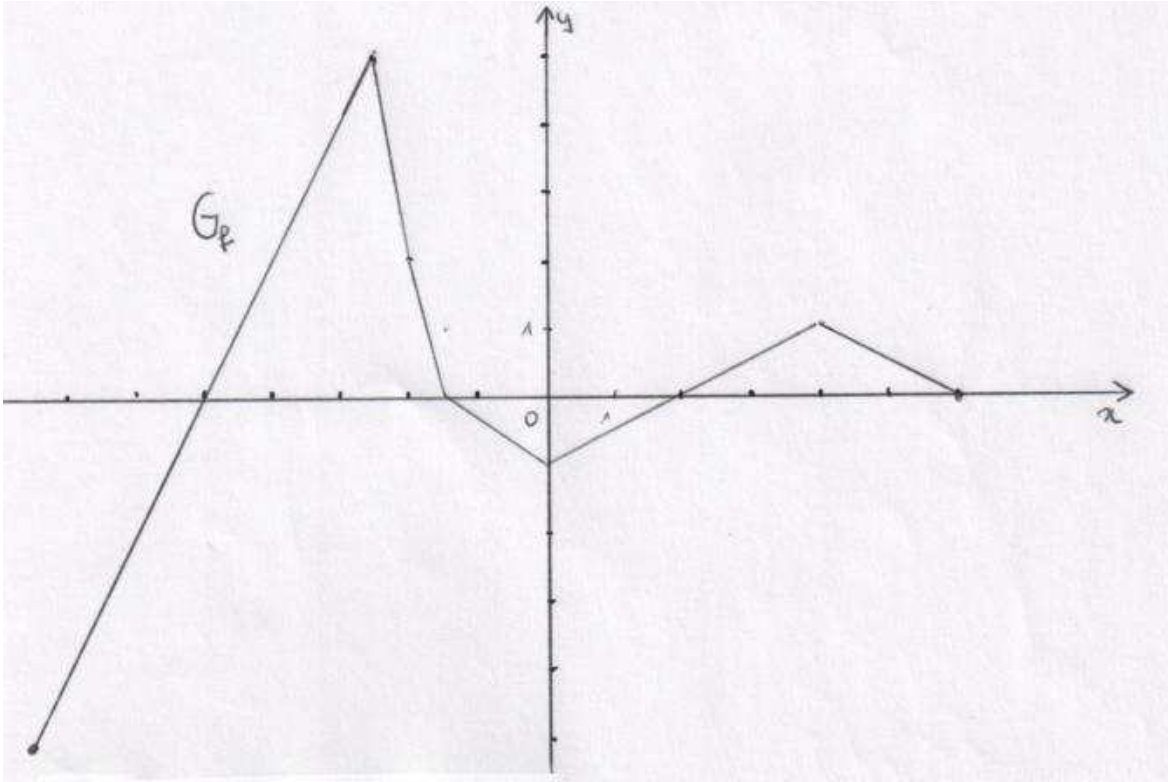
**Exercice 3**

Parmi les graphiques suivants quels sont ceux qui représentent une fonction ? Justifiez vos réponses !

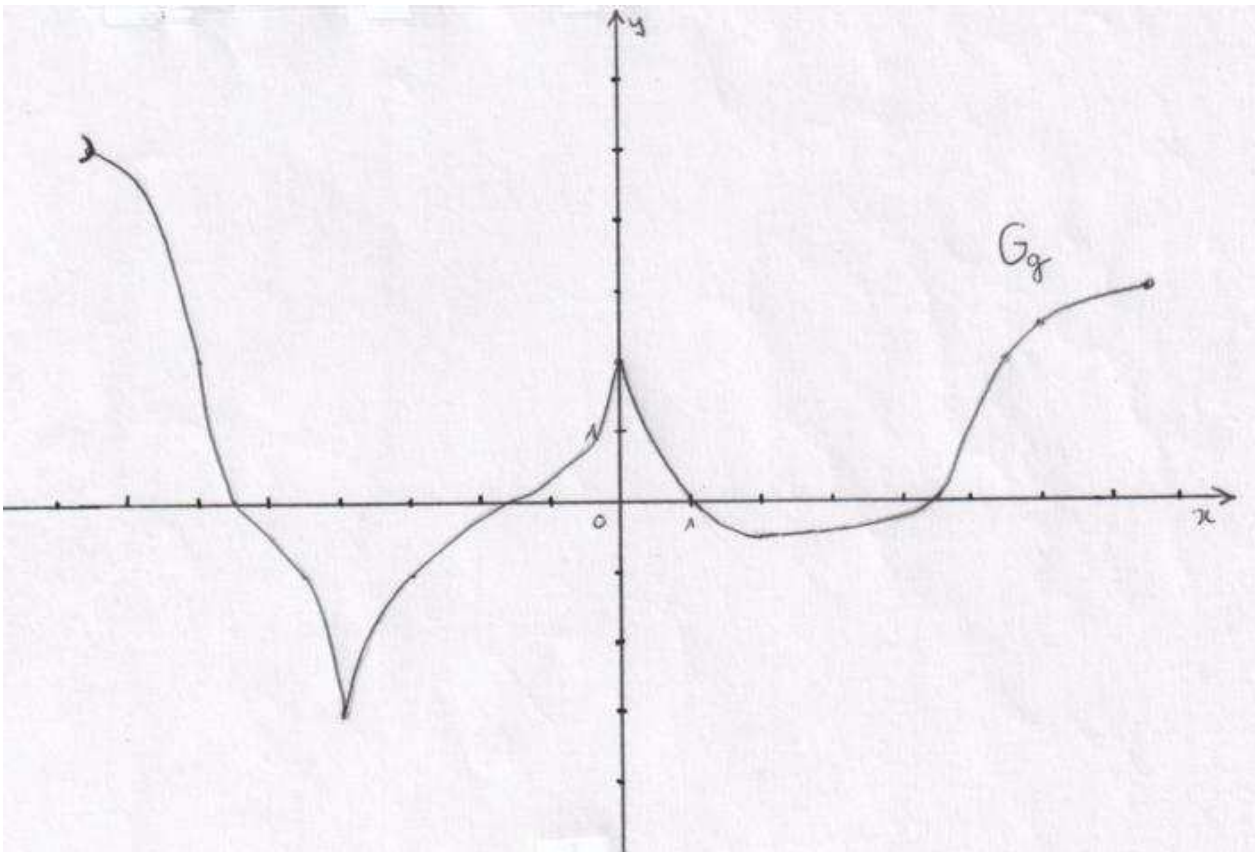


**Exercice 4**

- 1) La fonction  $f$  est donnée par son graphique (complet !).
  - a) Déterminez les images de  $-4,5$  ;  $0$  et  $6$ .
  - b) Déterminez les antécédents de  $2$ ,  $-3$  et  $-5$ .
  - c) Déterminez  $D_f$ ,  $\text{Im } f$ , les extrema et les variations de  $f$ .
  - d) Résolvez graphiquement l'équation  $f(x) = -1$ .
  - e) Résolvez graphiquement l'inéquation  $f(x) > 0$ .
  - f) Discutez le nombre de solutions de l'équation  $f(x) = m$  suivant les valeurs du nombre réel  $m$ .



2) Mêmes questions pour la fonction g :



**Exercice 5**

Représentez les fonctions suivantes :

$$1) \quad f(x) = \begin{cases} \frac{x}{2} + 1 & \text{si } x \geq 2 \\ |x| & \text{si } x < 2 \end{cases}$$

$$2) \quad f(x) = \begin{cases} x^3 & \text{si } x \leq 0 \\ \sqrt{x} & \text{si } 0 < x \leq 1 \\ \frac{1}{x} & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

$$3) \quad f(x) = \begin{cases} -3 & \text{si } x \leq -2 \\ x^2 & \text{si } -2 < x \leq 3 \\ 6 - x & \text{si } x > 3 \end{cases}$$

**Exercice 6**

Montrez comment on peut obtenir les graphes des fonctions suivantes à partir de ceux de fonctions standard en indiquant les transformations utilisées :

$$1) \quad f(x) = x^2 - 3$$

$$2) \quad f(x) = (x + 2)^2$$

$$3) \quad f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 1$$

$$4) \quad f(x) = -\frac{1}{2}(x - 3)^2 + 2$$

$$5) \quad f(x) = \frac{1}{4}x^3 - 2,5$$

$$6) \quad f(x) = \sqrt{x + 5}$$

$$7) \quad f(x) = |3x - 1|$$

$$8) \quad f(x) = |5 - 2x|$$

$$9) \quad f(x) = \frac{1}{x - 3}$$

$$10) \quad f(x) = \frac{2}{x + 1} + 3$$

$$11) \quad f(x) = -\frac{1}{2(x + 5)}$$

$$12) \quad f(x) = \frac{1}{5 - x} + 4$$

$$13) \quad f(x) = \left| \frac{3}{x - 4} \right|$$

$$14) \quad f(x) = \left| 2\sqrt{x + 3} - 2 \right|$$

$$15) \quad f(x) = |x + 3| - 4$$

**Exercice 7**

- 1) Soit la fonction  $f(x) = 3x^2 - 5x + 4$ . Trouvez l'expression analytique de la fonction  $g$  dont le graphe est obtenu à partir de  $G_f$  par une translation de 3 unités vers la droite.
- 2) Soit la fonction  $f(x) = \frac{2x+9}{5-7x}$ . Trouvez l'expression analytique de la fonction  $g$  dont le graphe est obtenu à partir de  $G_f$  par une translation de 2 unités vers le haut.
- 3) Soit  $f$  une fonction quelconque,  $g$  la fonction dont le graphe est obtenu à partir de  $G_f$  par une translation d'une unité vers le bas suivie par une dilatation verticale de coefficient 2 et  $h$  la fonction dont le graphe est obtenu à partir de  $G_f$  par une dilatation verticale de coefficient 2 suivie d'une translation d'une unité vers le bas. Comparez  $g$  et  $h$  !

**Exercice 8**

Pour chacune des paires de fonctions  $f$  et  $g$  suivantes, déterminez si  $f = g$ . Si  $f \neq g$ , déterminez le plus grand ensemble  $A$  sur lequel  $f$  et  $g$  sont égales :

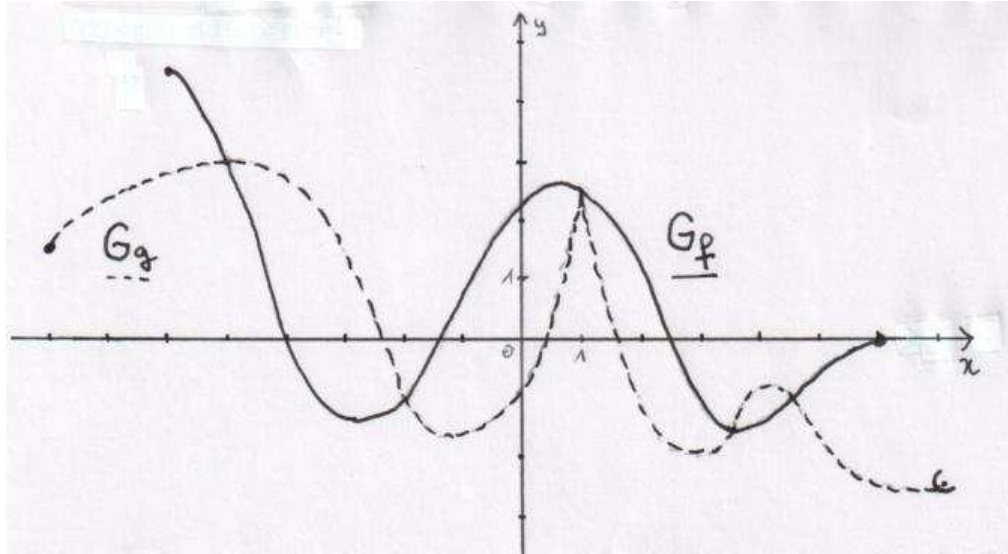
- 1)  $f(x) = x$  et  $g(x) = \sqrt{x^2}$
- 2)  $f(x) = (\sqrt{x})^2$  et  $g(x) = \sqrt{x^2}$
- 3)  $f(x) = |x-5|$  et  $g(x) = \sqrt{x^2 - 10x + 25}$
- 4)  $f(x) = \sqrt{x}\sqrt{x+3}$  et  $g(x) = \sqrt{x(x+3)}$
- 5)  $f(x) = x+3$  et  $g(x) = \frac{x^2+x-6}{x-2}$
- 6)  $f(x) = \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}}$  et  $g(x) = \frac{x+3\sqrt{x}}{x}$
- 7)  $f(x) = \frac{x-3}{\sqrt{x-2}+1}$  et  $g(x) = \sqrt{x-2}-1$
- 8)  $f(x) = \frac{x+1}{\sqrt{x+5}-2}$  et  $g(x) = \sqrt{x+5}+2$

**Exercice 9**

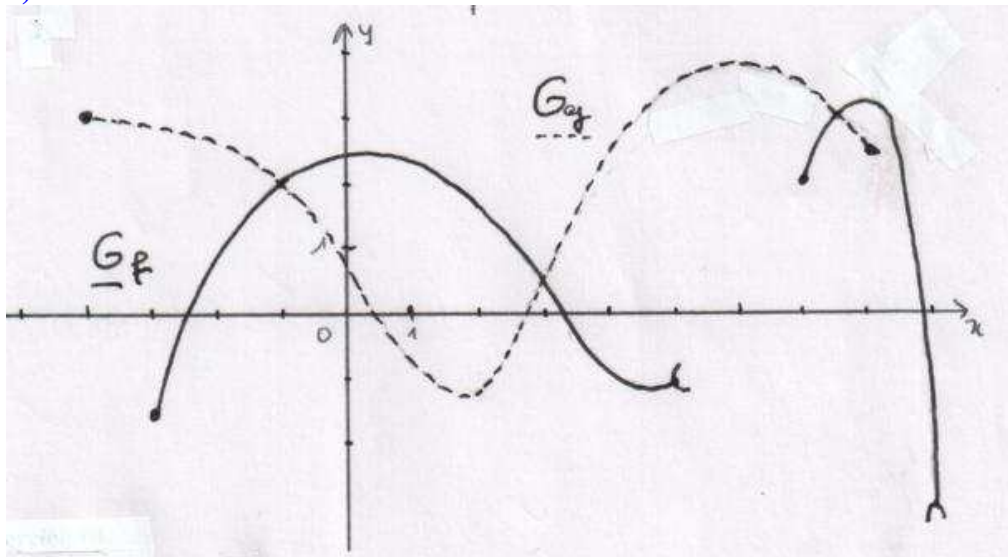
Sur chacun des graphiques suivants résolvez l'équation  $f(x) = g(x)$  et les inéquations

$f(x) < g(x)$  et  $f(x) \geq g(x)$  :

1)



2)



**Exercice 10**

Résolvez graphiquement :

1)  $\sqrt{x+3} \leq \frac{1}{2}x^2 - 1$

2)  $x^3 \geq 3 - 2x$

**Exercice 11**

Discutez la parité des fonctions suivantes :

1)  $f(x) = 7x^3 - 8x$

5)  $f(x) = 5x^2 - x$

2)  $f(x) = -3,1x^4 + 5x^2 + \frac{3}{7}$

6)  $f(x) = \sqrt{25x^2 - 16}$

3)  $f(x) = \frac{x}{x^2 - 4}$

7)  $f(x) = \frac{3x}{\sqrt{1-x^2}}$

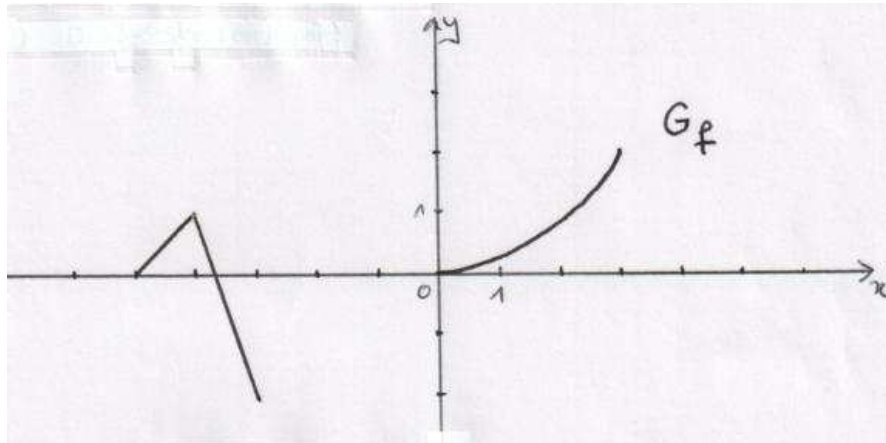
4)  $f(x) = |x^5 - 14x|$

8)  $f(x) = \sqrt{x^3 - x}$

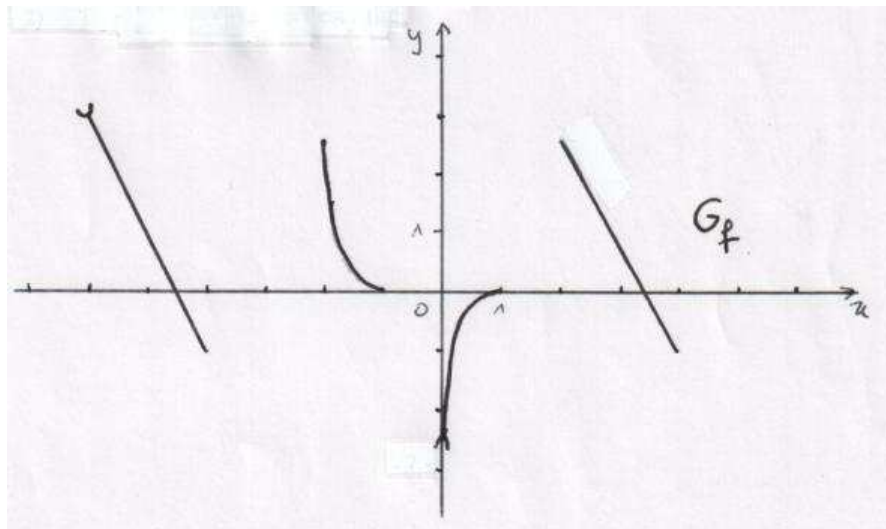
**Exercice 12**

Complétez les graphiques suivants sachant que :

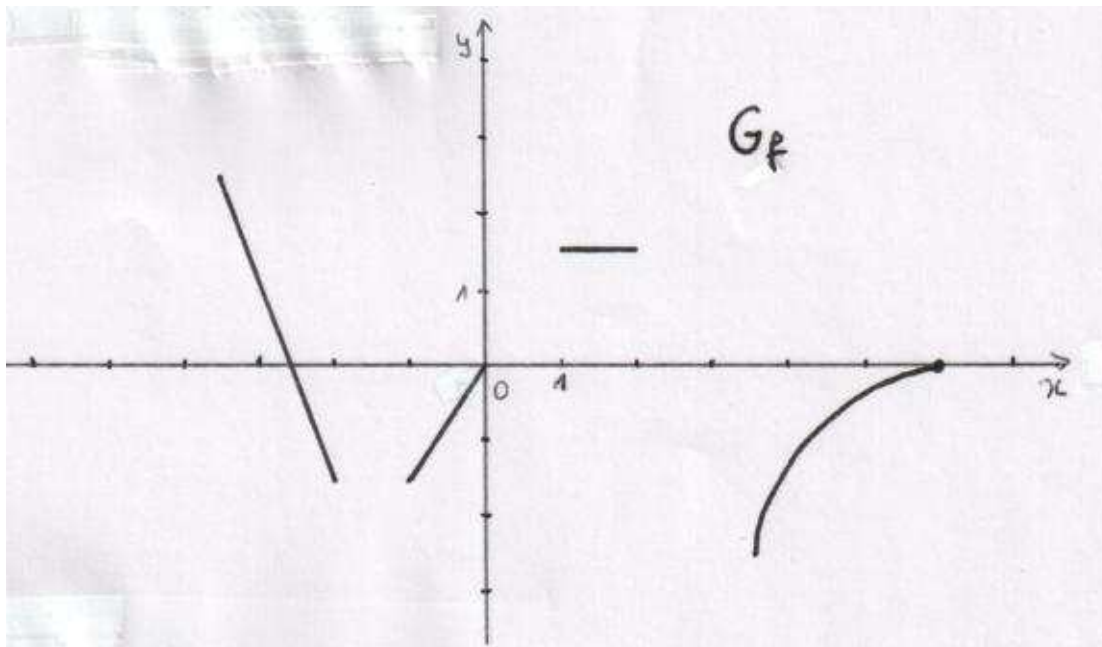
- 1)  $D_f = [-5; 5]$  et  $f$  est impaire



- 2)  $D_f = ]-6; 0[ \cup ]0; 6[$  et  $f$  est paire



3)  $D_f = [-6, 6]$  et  $f$  est impaire



### Exercice 13

Soient les fonctions  $f(x) = 5 - 3x$ ,  $g(x) = x^2 - 2x - 3$ ,  $h(x) = \frac{4x-1}{6-x}$ ,  $k(x) = \sqrt{x}$ ,

$l(x) = |x|$  et  $m(x) = 2x^3$ . Déterminez l'expression analytique et le domaine de :

- |                |                         |
|----------------|-------------------------|
| 1) $f \circ g$ | 6) $g \circ g$          |
| 2) $k \circ h$ | 7) $g \circ f \circ k$  |
| 3) $l \circ m$ | 8) $k \circ h \circ f$  |
| 4) $m \circ l$ | 9) $l \circ l$          |
| 5) $f \circ f$ | 10) $k \circ l \circ h$ |

### Exercice 14

Ecrivez les fonctions suivantes sous forme de composée des fonctions suivantes :

$f(x) = \text{polynôme}$ ,  $g(x) = \sqrt{x}$ ,  $h(x) = \frac{1}{x}$  et  $k(x) = |x|$

- 1)  $f_1(x) = \sqrt{7x^2 - 8x + 11}$
- 2)  $f_2(x) = \frac{1}{|4x + 9|}$



**3)**  $f_3(x) = 3\sqrt{x} - 8$

**4)**  $f_4(x) = \sqrt{3x - 8}$

**5)**  $f_5(x) = \frac{1}{x^2 - 7|x| + 6}$

**6)**  $f_6(x) = \sqrt{\frac{5}{2x - 7}}$

**Exercice 15**

Examinez si les fonctions suivantes sont bijectives. Si oui, déterminez l'expression analytique de la fonction réciproque, si non, déterminez une restriction qui soit injective et déterminez la réciproque de celle-ci :

**1)**  $f(x) = 8x - 11$

**2)**  $f(x) = 5x^3 + 7$

**3)**  $f(x) = 13 - 4x^2$

**4)**  $f(x) = \frac{3}{23x - 15}$

**5)**  $f(x) = \frac{x - 5}{3x + 4}$

**6)**  $f(x) = |x - 3|$

**7)**  $f(x) = \sqrt{x + 3}$

**8)**  $f(x) = \sqrt[3]{5x - 1}$