

**CHAPITRE 1****FORMULES ET EQUATIONS**

1) Résolvez les équations suivantes :

**1<sup>re</sup> série**

a) 
$$\frac{x+6}{5} - \frac{11x}{60} = 2 - \frac{8x-15}{12}$$

b) 
$$\frac{417}{2} - \left(x - \frac{1}{2}\right)(4x+1) = \frac{5x}{3} - (2x-7)^2$$

c) 
$$\frac{x+91}{20} - \frac{3x}{5} - \frac{x-1}{4} = 0$$

d) 
$$(2-3x)(4x+3) = (6x+7)(3-2x)$$

e) 
$$13 - (4a-1)^2 = (4a+7)(7-4a) - 37$$

f) 
$$(2x-3)^2 - (7+3x)(3x-7) = 12 - 43x - (4-x)(1-5x)$$

**2<sup>e</sup> série**

a) 
$$\frac{y-2}{3} - \frac{12-y}{2} = \frac{5y-36}{4} - 1$$

b) 
$$\frac{2z+1}{3} - \frac{z-2}{4} - \frac{2z+10}{12} = 0$$

c) 
$$\frac{5a-2}{3} - \frac{2a-1}{4} = \frac{4a-36}{16}$$

d) 
$$\frac{5x}{6} - \frac{7-x}{8} + \frac{2(3x-4)}{9} = \frac{9x-5}{36} - 3$$

e) 
$$5 - \frac{3x-1}{2} = \frac{4}{3} \left( \frac{x}{8} - \frac{7-2x}{6} \right) + \frac{89}{18}$$

f) 
$$\frac{13y}{78} + \frac{30y}{45} = 2 - \frac{77y}{84} - \frac{28y}{112}$$

**3<sup>e</sup> série**

a) 
$$\frac{5x+3}{6} - \frac{8}{3} = \frac{7}{12} - \frac{11-2x}{4}$$

b) 
$$\frac{77(x-2)}{22} - \frac{8-9x}{20} = 7 - 2 \left( \frac{x}{4} + \frac{9x+4}{8} \right)$$

- c)  $\frac{8}{3} + \frac{2}{5} \left( x - \frac{x-3}{4} \right) = 4 - \frac{14}{5} \left( \frac{1}{3} - \frac{x-1}{7} \right)$
- d)  $\frac{85z}{34} - 18 \left( \frac{5z}{54} - \frac{12z-9}{27} \right) - \frac{88-99z}{22} = 7z - \left( \frac{9-9z}{15} - \frac{13z}{5} \right)$
- e)  $\frac{35x+20}{10} - \frac{5x-4}{3} = \frac{38}{12} - x - \frac{9-x}{2}$
- f)  $3 - \frac{x-2}{9} - \frac{1}{6} \left( 1 + \frac{x+4}{2} \right) = 0$

**4<sup>e</sup> série**

- a)  $3x(-6x+4) = (9x-2)(1-2x)$
- b)  $\left( \frac{3}{4}x - 5 \right)^2 = \frac{1}{8} - \left( 1 + \frac{3x}{8} \right) \left( 7 - \frac{3x}{2} \right)$
- c)  $(2y-1)^2 - 6y(1-2y) + 9y^2 = 0$
- d)  $\frac{2(2x-1)}{3} + \frac{3(x-1)}{2} - \frac{9(x-4)}{5} = \frac{4(3-2x)}{5}$
- e)  $(2-3x)(x+5) = 3(x-2)^2 - x$
- f)  $(5x-2)^2 - (7x+2)(1-x) = 2(4x-3)^2 + 76$

**5<sup>e</sup> série**

- a)  $3(2x-5) - 5x = 3 - 5(4-x)$
- b)  $\frac{x+3}{3} - \frac{4-3x}{2} = 3$
- c)  $\frac{x-2}{8} - \frac{5-3x}{12} = \frac{7x-2}{3}$
- d)  $\frac{x}{2} + (4-3x)(4x+3) = 4 - 6(x+4)(2x-3)$
- e)  $5x - 6x(7x-11) = 10 - (19-14x)(2-3x)$
- f)  $\frac{2(2x-1)}{3} + \frac{3(x-1)}{2} - \frac{9(x-4)}{5} = \frac{4(3-2x)}{5}$

**6<sup>e</sup> série**

- a)  $\frac{3-2x}{6} - 2x = \frac{x+2}{4}$
- b)  $2x - [3x - 2(5x-3)] = 5 - [3(x-6) + 4]$

c)  $\frac{x}{2} - \frac{x-2}{3} - \frac{x-3}{4} = \frac{17-x}{12}$

d)  $\frac{x+1}{x} - \frac{x}{x-1} = \frac{1}{x}$

e)  $3(2x-5) - 4(-3-2x) = x - 2(x+1) - 1$

f)  $x(2x-1)^2 = x(2x+1)^2 - 2(2x-1)(2x+1)$

2) Transformation de formules.

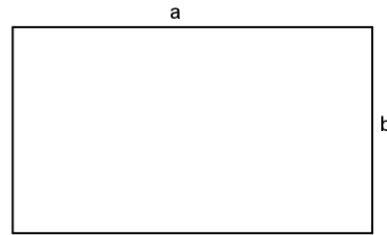
a) **Rectangle**

a = Longueur

b = largeur

aire :  $A = ab$

périmètre :  $p = 2(a + b)$



- Exprimez a en fonction de A et de b.
- Exprimez a en fonction de p et de b.
- Exprimez b en fonction de p et de A.

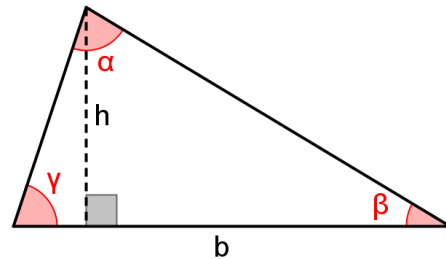
b) **Triangles**

• **Triangle quelconque**

b = base, h = hauteur

Aire :  $A = \frac{b \cdot h}{2}$

Angles :  $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$

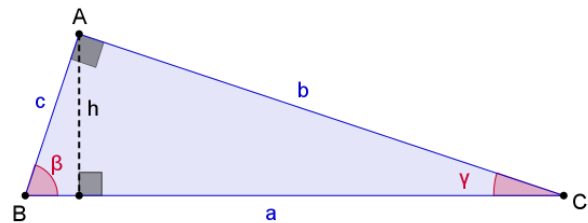


• **Triangle rectangle**

a = hypoténuse, h = hauteur

aire :  $A = \frac{b \cdot c}{2} = \frac{a \cdot h}{2}$

périmètre :  $p = a + b + c$



théorème de Pythagore :  $a^2 = b^2 + c^2$

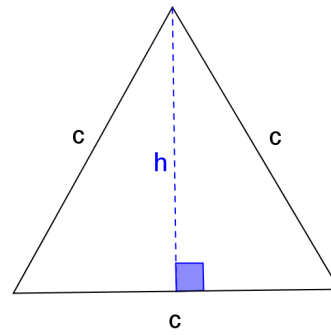
- Exprimez a en fonction de A et de h.
- Exprimez a en fonction de b et de c.
- Exprimez p en fonction de a et de b.
- Exprimez h en fonction de b et de c.

• **Triangle équilatéral**

$c$  = côté du triangle,  $h$  = hauteur

$A$  = aire,  $p$  = périmètre

- Exprimez  $p$  en fonction de  $c$ .
- Exprimez  $h$  en fonction de  $c$ .
- Exprimez  $A$  en fonction de  $c$ .
- Exprimez  $c$  en fonction de  $A$ .
- Exprimez  $A$  en fonction de  $p$ .



**c) Carré**

$c$  = côté du carré,  $A$  = aire,  $p$  = périmètre

- Exprimez  $A$  en fonction de  $c$ .
- Exprimez  $p$  en fonction de  $c$ .
- Exprimez  $A$  en fonction de  $p$ .

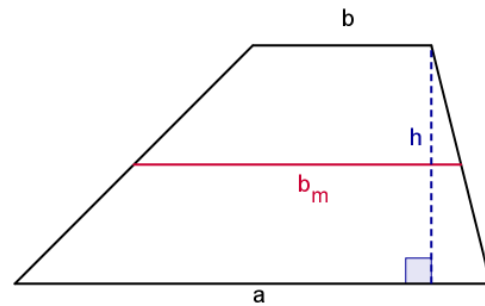
**d) Trapèze**

$a$  = grande base,  $b$  = petite base,  $h$  = hauteur

base moyenne :  $b_m = \frac{a+b}{2}$

aire :  $A = b_m \cdot h$

- Exprimez  $A$  en fonction de  $a$ ,  $b$  et  $h$ .
- Exprimez  $a$  en fonction de  $A$ ,  $b$  et  $h$ .



**e) Cercle (disque)**

$r$  = rayon,  $d$  = diamètre

aire :  $A = \pi \cdot r^2$

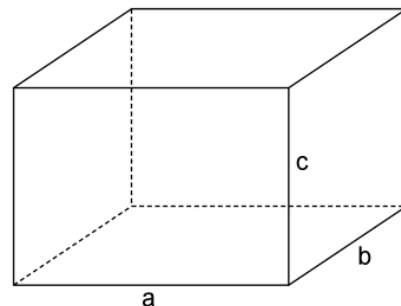
périmètre :  $p = 2\pi \cdot r$

- Exprimez  $d$  en fonction de  $r$ .
- Exprimez  $p$  en fonction de  $d$ .
- Exprimez  $r$  en fonction de  $A$ .
- Exprimez  $A$  en fonction de  $p$ .

**f) Pavé**

$a$  = longueur,  $b$  = largeur,  $c$  = hauteur

volume :  $V = \dots\dots\dots$



aire latérale :  $A = \dots\dots\dots$

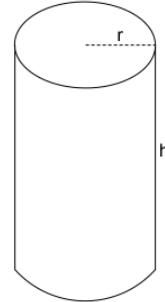
- Exprimez  $c$  en fonction de  $V$ ,  $a$  et  $b$ .
- Exprimez  $c$  en fonction de  $A$ ,  $a$  et  $b$ .

**g) Cylindre**

$r$  = rayon de la base,  $h$  = hauteur

volume :  $V = \dots\dots\dots$

aire :  $A = \dots\dots\dots$



- Exprimez  $h$  en fonction de  $A$  et  $r$ .
- Exprimez  $r$  en fonction de  $V$  et  $h$ .

**h) Pyramides et cônes**

Volume :  $V = \frac{\text{base} \cdot h}{3}$

- Exprimez  $h$  en fonction de  $V$  et  $r$  dans le cas d'un cône dont la base a pour rayon  $r$ .
- Exprimez  $h$  en fonction de  $V$  et  $c$  dans le cas d'une pyramide dont la base est un triangle équilatéral de côté  $c$ .

**3) Dans la formule...**

- a)  $x = yt - z$  exprimez  $t$  en fonction de  $x$ ,  $y$  et  $z$ .
- b)  $a = \frac{3b - 2a}{3 - 4t}$  exprimez  $t$  en fonction de  $a$  et  $b$ .
- c)  $p = 3t - t(2q - p)$  exprimez  $t$  en fonction de  $p$  et  $q$ .
- d)  $\frac{5x - 3y}{8} = x(y + 2)$  exprimez  $y$  en fonction de  $x$ .
- e)  $\frac{2b + 1}{3a} - \frac{7}{5} = 8c$  exprimez  $a$  en fonction de  $b$  et  $c$ .

**4) On considère des boîtes à base carrée de côté  $a$  et de hauteur  $b$ .**

- a) Ecrivez la formule donnant la longueur totale  $L$  des arêtes d'une telle boîte puis calculez  $b$  si  $L = 72$  cm et  $a = 4$  cm .
- b) Ecrivez la formule donnant l'aire totale  $A$  de cette boîte puis calculez  $b$  sachant que  $A = 42$  cm<sup>2</sup> et  $a = 3$  cm .

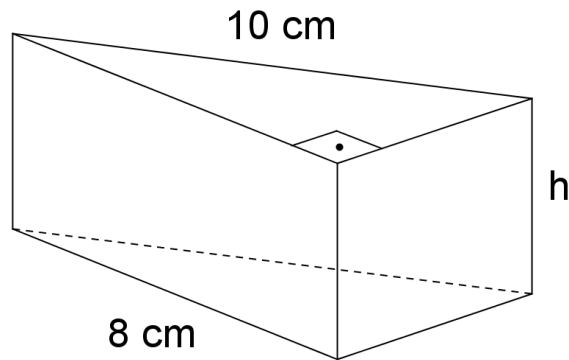
**5) Aujourd'hui Michel est deux fois plus âgé que Laurent, alors qu'il y a 7 ans il était trois fois plus âgé que lui. Quels seront leurs âges dans 10 ans ?**

**6) Trouver un nombre tel que son triple diminué de 15 est égal à la moitié de la somme de ce nombre et de 5.**

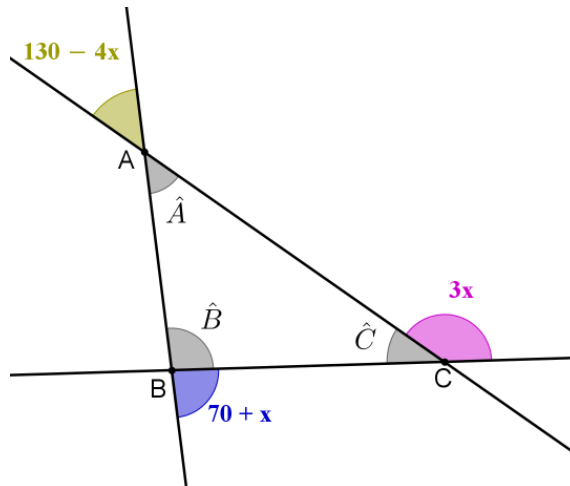
- 7) Le périmètre d'un champ rectangulaire vaut 208 m. La longueur  $L$  est le triple de la largeur  $l$ . Quelles sont les dimensions du champ ?
- 8) Une mère de 30 ans a 3 enfants âgés de 5, 10 et 13 ans. Dans combien d'années l'âge de la mère sera-t-il égal à la somme des âges des enfants ?
- 9) Un père a 28 ans de plus que sa fille. Dans 3 ans, l'âge du père sera le triple de celui de sa fille. Quel est l'âge de la fille ?
- 10) La base d'une pyramide est un pentagone régulier (un pentagone est un polygone à 5 côtés) et ses côtés sont des triangles équilatéraux. La longueur totale de ses arêtes de la pyramide vaut 47 m. Quelle est la longueur d'un côté de la base ?
- 11) Anne et Marie jouent aux billes. Au début Marie a 8 billes de plus qu'Anne, mais à la fin, après en avoir perdu 12 (donc Anne en a gagné 12), elle a 2 fois moins de billes qu'Anne. Combien de billes chacune d'elles avait au début du jeu ?
- 12) Bertrand a des pièces de 50 cents, de 1 € et 2 € dans sa tirelire. Il y a trois fois plus de pièces de 50 cents que de pièces de 1 € et 15 pièces de 50 cents de plus que de pièces de 2 €. Sachant que Bertrand a au total 89 € dans sa tirelire, déterminer le nombre de pièces de chaque sorte.
- 13) Un marchand a deux sortes de vin : 228 litres d'un premier vin qui ont coûté 456 € et 450 litres d'un autre vin qui ont coûté 1170€. Il veut faire un mélange de 450 litres à 2,4 € le litre. Combien faut-il prendre de vin de chaque sorte ?
- 14) J'ai 9 ans, mon père en a 39, mes frère et sœur jumeaux en ont 7 et mon frère cadet en a 4. Dans combien d'années, l'âge de mon père sera-t-il égal à la somme des âges de ses quatre enfants ?
- 15) Anatole et Philomène ont chacun des pièces de 2 € et des pièces de 1 € dans son porte-monnaie. Anatole a trois fois plus de pièces de 1 € que de pièces de 2 €. Philomène a sept pièces de 2€ de plus qu'Anatole et elle a cinq pièces de 1 € en moins que de pièces de 2 €. Ils constatent que chacun a la même somme globale dans son porte-monnaie. Combien de pièces de chaque sorte chacun a-t-il ? Est-ce qu'ils ont ensemble assez d'argent pour offrir un foulard qui coûte 78 € à leur mère pour son anniversaire ?
- 16) Dans une tôle de 1,3 mm d'épaisseur on découpe un rectangle et deux disques pour fabriquer une boîte à conserve cylindrique de 11 cm de haut et 72 mm de diamètre.
  - a) Sachant que  $1 \text{ dm}^3$  de tôle pèse 6 kg, calculez le poids de la boîte vide.
  - b) Est-ce que cette boîte peut contenir un demi litre de liquide ?

- 17) Anna, Bernadette, Charlotte et Danielle se partagent 3400 €. La part de Bernadette est inférieure de 300 € à celle d'Anna, la part de Charlotte vaut  $\frac{3}{4}$  de celle d'Anna, et la part de Danielle vaut le triple de celle de Bernadette. Calculez la part de chacune !
- 18) Un enfant va cueillir des pêches. Il devra donner la moitié de ses pêches à un ami et le quart du reste à son frère. Combien doit-il en cueillir s'il veut en conserver 9 pour lui ?
- 19) Un groupe d'amis ont décidé d'acheter ensemble une maison de vacances. Au début ils ont calculé que la contribution serait de 45 000 € par personne mais à la fin ils ont réussi à convaincre 3 amis supplémentaires de participer à l'achat de la maison ce qui a permis de *réduire* la participation individuelle de 9000 €. Quel est le prix de la maison ?
- 20) Michel, un contrôleur des CFL raconte : « Hier, notre train est parti de Luxembourg à 8h12. A Thionville, 37 personnes sont descendues et 52 personnes sont montées. A Metz, 69 personnes sont descendues et 44 personnes sont montées. A Nancy, 30 personnes sont descendues du train et personne n'est monté. Toutes les places étaient alors vides. » Son collègue, fort en mathématiques, s'écrie : « Michel, ton histoire est impossible ! » Expliquez pourquoi !
- 21) Une usine a deux machines pour fabriquer des seaux en plastique : la plus récente produit 284 seaux par heure et l'ancienne 96 seaux par heure. Pour honorer une commande, on commence par faire marcher la plus rapide à 8h15 du matin, mais celle-ci tombe en panne après un certain temps et il faut faire le reste avec l'ancienne machine. En tout il faut 7 heures aux deux machines pour fabriquer la quantité demandée et l'ancienne machine a finalement produit 102 seaux de plus que la nouvelle. A quelle heure la panne a-t-elle eu lieu ?
- 22) Le bronze est un mélange d'étain et de cuivre. 1 m<sup>3</sup> de cuivre pèse 8920 kg et 1 m<sup>3</sup> d'étain pèse 7290 kg. Une usine produit du bronze qui pèse 8500 kg le m<sup>3</sup>. Calculez le volume d'étain et de bronze qu'il faut pour fabriquer 5 m<sup>3</sup> de bronze.
- 23) Dans une prairie il y a des poules et des moutons. On compte 100 têtes et 300 pattes. Combien y a-t-il d'animaux de chaque espèce ?
- 24) Anatole et Philomène jouent au jeu suivant : Philomène tire une carte d'un jeu de 52 cartes et si c'est un as elle reçoit 1 € d'Anatole, si c'est une autre carte c'est elle qui donne 8 centimes à Anatole. Après avoir joué 100 fois à ce jeu, elle a perdu en tout 44 centimes. Combien de fois a-t-elle gagné ?

- 25) On donne un prisme droit de hauteur  $h$  et dont la base est un triangle rectangle d'hypoténuse 10 cm et dont un côté mesure 8 cm :



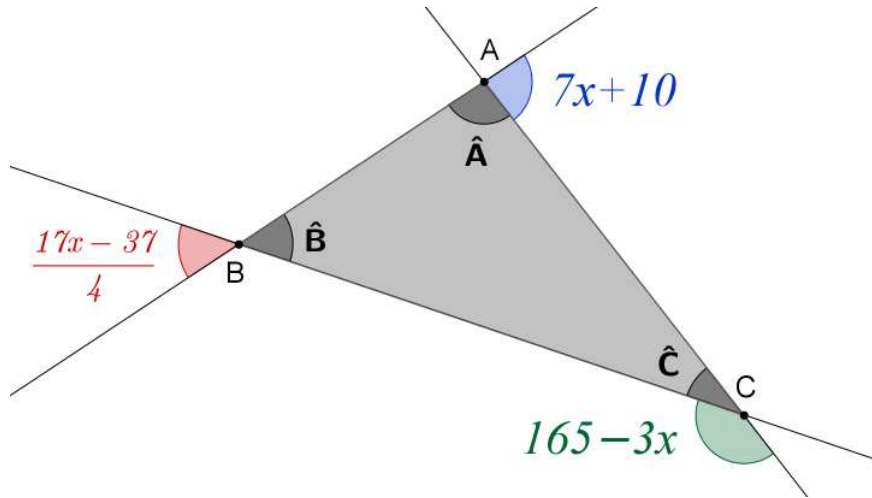
- a) Les arêtes de ce prisme sont construites en fil de fer. Exprimez la longueur totale  $L$  du fil de fer nécessaire en fonction de  $h$ .
- b) On veut recouvrir tous les côtés de ce prisme avec du tissu. Exprimez la quantité de tissu  $S$  nécessaire pour recouvrir toutes les faces de cet objet en fonction de  $h$  puis de  $L$ .
- 26) Vladimir dit : « Ma classe est constituée de  $\frac{3}{8}$  de Luxembourgeois, d'un tiers de Portugais, d'un douzième d'Italiens et d'un sixième de Français ».
- a) Montrez que Vladimir s'est trompé dans ses calculs.
- b) Quelle a probablement été son erreur ? Rectifiez-la puis calculez le nombre d'élèves de sa classe.
- 27) Sur les figures suivantes trois angles sont donnés en fonction d'un nombre  $x$ . Calculez l'amplitude de chaque angle du triangle  $\Delta(ABC)$ .



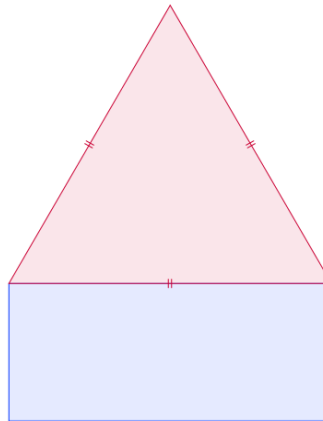
a)



b)



- 28) Sur la figure ci-dessous comment faut-il choisir la longueur et la largeur du rectangle si on veut que le rectangle et le triangle (équilatéral) aient le même périmètre ? Est-ce qu'alors le rectangle et le triangle ont aussi la même aire ?



- 29) Sur la figure suivante  $AB = 12$  m et  $AD = 5$  m. Comment doit-on choisir E si on veut que l'aire du trapèze ABED mesure le double de celle du triangle BCE ?

