

# EQUATIONS

Pour pouvoir résoudre toutes les équations suivantes, vous devez maîtriser toutes les techniques de résolution et en particulier :

- formules pour les équations du 2<sup>e</sup> degré,
- recherche d'une racine évidente d'un polynôme à coefficients entiers.

En général, vous atteignez ce niveau en classe de 3<sup>e</sup>. Il va sans dire que certaines équations peuvent déjà être résolues dans des classes inférieures.

## 1. Equations du premier degré

1. $\frac{-x+2}{4} - \frac{5+2x}{8} = 4x - \frac{1}{2}$	$S = \left\{ \frac{1}{12} \right\}$
2. $\frac{x}{2} - \frac{x-2}{3} - \frac{x-3}{4} = \frac{17-x}{12}$	$S = \mathbb{R}$
3. $\frac{3(1-5x)}{4} - \frac{1}{3} \left( \frac{3x-16}{2} - \frac{x}{2} \right) - \frac{1}{3} = -\frac{7x}{6} - \frac{1}{4}$	$S = \left\{ \frac{8}{7} \right\}$
4. $\frac{1}{9} \left( \frac{x-1}{2} - \frac{x-2}{3} \right) = \frac{2x}{27} + \frac{5x-6}{6} - \frac{1}{2} \left( \frac{1-x}{3} - \frac{3+x}{2} \right)$	$S = \emptyset$
5. $\sqrt{3}x - 1 = x + 1$	$S = \{ \sqrt{3} + 1 \}$
6. $\sqrt{2} - 2\sqrt{2}x = 4x - 1$	$S = \left\{ \frac{\sqrt{2}}{4} \right\}$
7. $\frac{x+2}{\sqrt{3}-5} + \frac{x}{\sqrt{3}} = \sqrt{3} + 5 - x$	$S = \left\{ \frac{24(9-2\sqrt{3})}{23} \right\}$

## 2. Equations du second degré. Equations bicarrées

1. $-x^2 = x$	$S = \{0, -1\}$
2. $2x^2 = 5$	$S = \left\{ \pm \frac{\sqrt{10}}{2} \right\}$
3. $-x^2 + 5x - 6 = 0$	$S = \{2, 3\}$
4. $4x^2 - 4x + 1 = 0$	$S = \left\{ \frac{1}{2} \right\}$
5. $-\frac{x^2}{2} + \frac{3x}{4} - \frac{5}{16} = 0$	$S = \emptyset$
6. $2 \cdot (x+3) = (x-1)^2$	$S = \{-1, 5\}$
7. $-5x = 4 - 6x^2$	$S = \left\{ -\frac{1}{2}, \frac{4}{3} \right\}$
8. $x+1 = 3x(x-1)$	$S = \left\{ \frac{2 \pm \sqrt{7}}{3} \right\}$

9. $(x+3)(2x-7)-(x-5)^2 = 2(x+2)(x-4)$	$S = \{10,3\}$
10. $\frac{x^2}{2} - x = \frac{3x+2}{5} - \frac{x(1-x)}{10}$	$S = \left\{-\frac{1}{4}, 4\right\}$
11. $2\sqrt{2}x+1 = x^2$	$S = \{\sqrt{2} \pm \sqrt{3}\}$
12. $\frac{x^2}{2} - \frac{x}{3} - \frac{1}{4} = 0$	$S = \left\{\frac{2 \pm \sqrt{22}}{6}\right\}$
13. $-\sqrt{2}x^2 + x = 1 - \sqrt{2}x$	$S = \left\{1, \frac{\sqrt{2}}{2}\right\}$
14. $x^2 - 2(\sqrt{3}+1)x + 2\sqrt{3} = 0$	$S = \{\sqrt{3}-1, \sqrt{3}+3\}$
15. $2x^4 - 3x^2 + 1 = 0$ (cf. <sup>1</sup> )	$S = \left\{\pm 1, \pm \frac{\sqrt{2}}{2}\right\}$
16. $x^4 - 14x^2 + 25 = 0$	$S = \{\pm(\sqrt{6}-1), \pm(\sqrt{6}+1)\}$
17. $x^4 - 6x^2 + 1 = 0$	$S = \{\sqrt{2} \pm 1, -(\sqrt{2} \pm 1)\}$
18. $x^4 + 29x^2 + 100 = 0$	$S = \emptyset$

### 3. Equations de degré $\geq 2$

1. $27x^3 - 8 = 0$	$S = \left\{\frac{2}{3}\right\}$
2. $x^3 + 3x = 3x^2 + 1$	$S = \{1\}$
3. $x^3 = 4x$	$S = \{0, \pm 2\}$
4. $2x^3(2x-1) = -8x(1-2x)$	$S = \left\{\pm 2, 0, \frac{1}{2}\right\}$
5. $16x^3 + 32x^2 - 9x - 18 = 0$	$S = \left\{-2, \pm \frac{3}{4}\right\}$
6. $2x^3 - 3x + 1 = 0$	$S = \left\{1, \frac{-1 \pm \sqrt{3}}{2}\right\}$
7. $2x^3 - 3x^2 + 1 = 0$	$S = \left\{1, -\frac{1}{2}\right\}$
8. $2x^4 - 14x^2 + 24 = 0$	$S = \{\pm 2, \pm \sqrt{3}\}$
9. $2x^3 + 7x^2 + 7x + 2 = 0$	$S = \left\{-1, -2, -\frac{1}{2}\right\}$

---

<sup>1</sup> Une équation de la forme  $ax^4 + bx^2 + c = 0$  est appelée équation *bicarrée*. Elle peut être ramenée à une équation du second degré par le changement de variables :  $y = x^2$ .

$$10. 12x^4 + 5x^3 = 14x^2 + 5x - 2$$

$$S = \left\{ \frac{1}{4}, -\frac{2}{3}, \pm 1 \right\}$$

$$11. 8x^6 - 63x^3 - 8 = 0$$

$$S = \left\{ -\frac{1}{2}, 2 \right\}$$

$$12. 4x^3 - 5x - 6 = 0$$

$$S = \left\{ \frac{3}{2} \right\}$$

#### 4. Equations avec fractions

$$1. \frac{2x+5}{x-3} = -1$$

$$S = \left\{ -\frac{2}{3} \right\}$$

$$2. \frac{9}{(3-x)(x-1)} = \frac{2}{x-1} + \frac{x+3}{x-3}$$

$$S = \{-4, 0\}$$

$$3. x + \frac{1}{x} = 2$$

$$S = \{1\}$$

$$4. \frac{2}{x^2} = 0$$

$$S = \emptyset$$

$$5. \frac{x}{x+1} - \frac{2x+1}{x-1} = \frac{3x}{x^2-1} - 1$$

$$S = \left\{ -\frac{2}{7} \right\}$$

$$6. \frac{x-3}{x-1} + \frac{x-1}{x-3} = \frac{25}{12}$$

$$S = \{-5, 9\}$$

$$7. \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}x+1} - \frac{1}{\sqrt{2}x-1} = 1 - \frac{4}{2x^2-1}$$

$$S = \left\{ -1, \frac{4-\sqrt{2}}{2} \right\}$$

$$8. \frac{7}{1-x} = \frac{11x}{x^3+3x^2} - \frac{28}{x^2+2x-3} + \frac{4}{x+3}$$

$$S = \{-1\}$$

$$9. \frac{1}{x} + \frac{2}{x^2} - \frac{3}{x^3} = \frac{4}{9}$$

$$S = \left\{ 3, \frac{-3 \pm 3\sqrt{17}}{8} \right\}$$

$$10. \frac{1}{x^2-1} = \frac{x}{x^2+3x-4}$$

$$S = \{2, -2\}$$

#### 5. Equations avec radicaux

$$1. \sqrt{x+1} = 2(x-2)$$

$$S = \{3\}$$

$$2. x + \sqrt{5x+10} = 8$$

$$S = \{3\}$$

$$3. \sqrt{2x^2-5x+7} - 7 = x$$

$$S = \{-2, 21\}$$

$$4. \sqrt{6x+1} = \sqrt{7x+4}$$

$$S = \emptyset$$

$$5. 2\sqrt{x(x-3)} = \sqrt{8x-x^2}$$

$$S = \{0, 4\}$$

$$6. \sqrt{x+5} - \sqrt{x+2} = 1$$

$$S = \{-1\}$$

$$7. \sqrt{2x+9} = \sqrt{x+1} + \sqrt{x-4}$$

$$S = \{8\}$$

$$8. \sqrt{3+\sqrt{x}} + \sqrt{4-\sqrt{x}} = \sqrt{7+2\sqrt{x}}$$

$$S = \left\{ \frac{49+\sqrt{97}}{8} \right\}$$