

CHAPITRE II

TRIGONOMETRIE DANS LE TRIANGLE

RECTANGLE

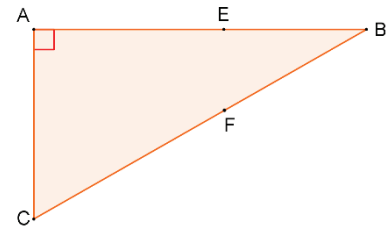
- 1) Complétez le tableau suivant en vous servant de votre calculatrice (aucune explication n'est demandée) :

x	sin x	cos x	tan x	cot x
37°				
	0,4			
				2,5

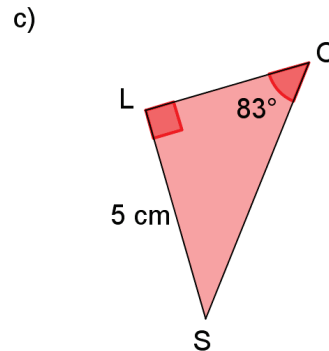
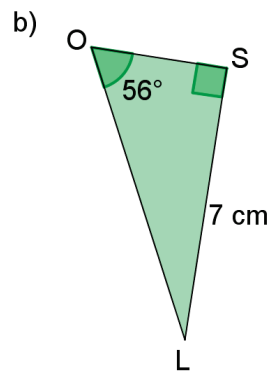
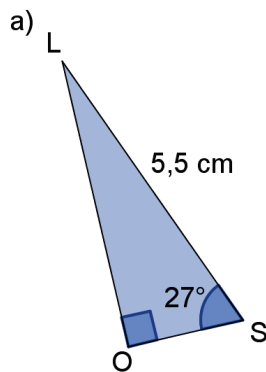
- 2) En effectuant des mesures sur un triangle rectangle approprié, déterminez une valeur approchée de $\cos 20^\circ$. Vérifiez votre résultat avec une calculatrice.

- 3) Sur la figure ci-contre : $AC = 4,8$, $AE = 4$, $EB = 2,4$ et $BF = 3$:

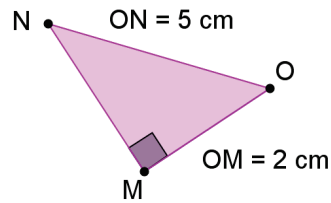
- a) Calculez BC .
- b) Montrez que $(AC) \parallel (EF)$.
- c) Calculez EF .
- d) Calculez \widehat{BCA} .



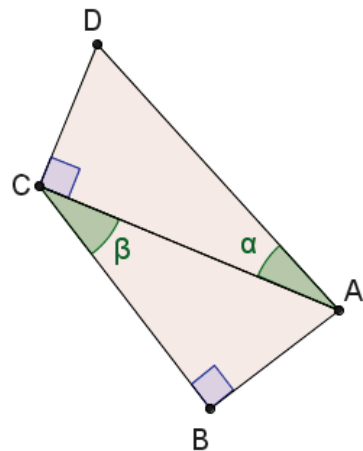
- 4) Dans chaque cas de figure, calculez une valeur approchée au 10^e de millimètre près de la longueur SO :



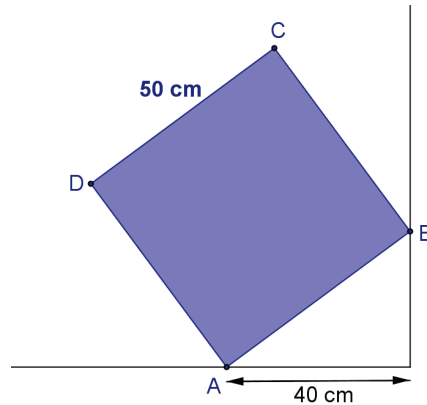
- 5) Calculez une valeur approchée à 10^{-2} près des angles \widehat{N} et \widehat{O} :



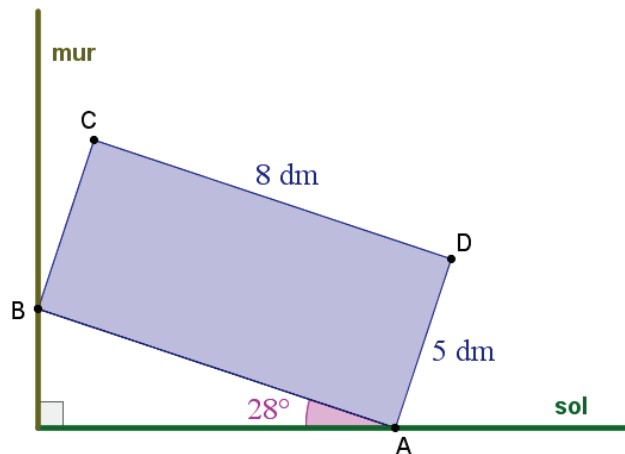
- 6) a) Sachant que $\sin x = \frac{1}{3}$, calculez $\cos x$, $\tan x$ et $\cot x$ sans calculer x .
 b) Sachant que $\cos x = \frac{1}{4}$, calculez $\sin x$, $\tan x$ et $\cot x$ sans calculer x .
 c) Sachant que $\tan x = 0,75$, calculez $\cos x$, $\sin x$ et $\cot x$ sans calculer x .
 d) Sachant que $\cot x = \frac{5}{4}$, calculez $\tan x$, $\sin x$ et $\cos x$ sans calculer x .
 e) A l'aide de la calculatrice, déterminer x dans chaque cas.
- 7) Soit x un angle aigu tel que $\tan x = \frac{5}{12}$. Sans calculer x avec la calculatrice, déterminez les valeurs exactes de $\cot x$, $\cos x$ et $\sin x$.
- 8) Calculez de deux manières différentes $\sin y$ sachant que $\cos y = 0,8$ et $\tan y = \frac{3}{4}$.
- 9) Simplifiez au maximum les expressions trigonométriques suivantes :
- a) $(\cos \alpha + \sin \alpha)^2 + (\cos \alpha - \sin \alpha)^2$
 b) $(2 \cos \alpha - \sin \alpha)^2 + (\cos \alpha + 2 \sin \alpha)^2$
 c) $(1 - \sin \alpha)(1 + \sin \alpha)(1 + \tan^2 \alpha)$
 d) $\sin^3 \alpha - \sin^2 \alpha \cos \alpha + \sin \alpha \cos^2 \alpha - \cos^3 \alpha$
 e) $\left(\frac{1}{\cos \alpha} + \tan \alpha \right) \left(\frac{1}{\cos \alpha} - \tan \alpha \right)$
 f) $\frac{\sin^2 \alpha - \sin^4 \alpha}{\cos^2 \alpha - \cos^4 \alpha}$
 g) $(4 \cos x + 3 \sin x)^2 + (4 \sin x - 3 \cos x)^2$
 h) $1 + \frac{\sin^2 x}{\cos^4 x - \cos^2 x}$
- 10) Sur la figure (inexacte) ci-contre on a : $AD = 12$ cm ,
 $BC = 5$ cm et $\alpha = 20^\circ$. Calculez AC , CD , AB et β .



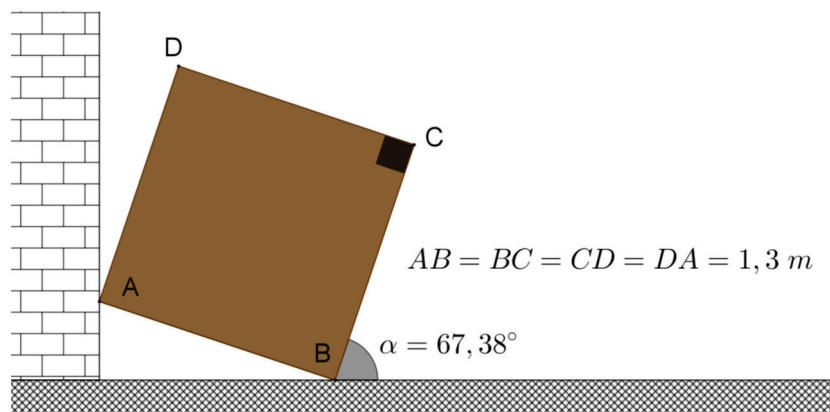
- 11) Une boîte cubique de 50 cm d'arête s'appuie contre un mur vertical comme indiqué sur le dessin. Sachant que le point A est à 40 cm du pied du mur, à quelle hauteur se trouve le point C ?



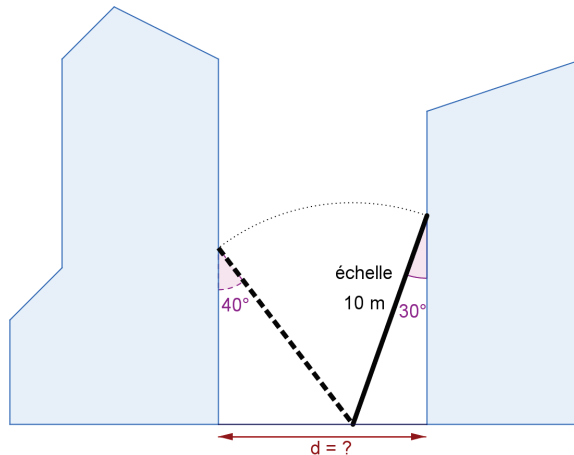
- 12) Une boîte rectangulaire s'appuie contre un mur vertical comme indiqué sur le schéma. Sachant que $AB = 8$ dm, que $AD = 5$ dm et que la boîte forme un angle de 28° avec le sol, calculez à quelle hauteur du sol se trouve le point C !



- 13) Une boîte cubique de 1,3 m d'arête s'appuie contre un mur vertical comme indiqué sur la figure. Sachant que l'angle $\alpha = 67,38^\circ$, calculez la distance, au mm près, du coin D de la boîte par rapport au mur et par rapport au sol.

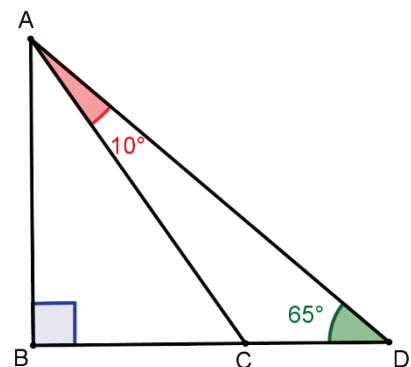


- 14) Une planche d'une longueur de 7 m posée contre un mur vertical forme avec le sol un angle de 65° .
- Faites une figure qui inclut toutes les données.
 - Déterminez la distance (au cm près) entre le pied du mur et celui de la planche.
 - À quelle hauteur du sol (au cm près) la planche va-t-elle toucher le mur ?
- 15) Une échelle de 10 m est dressée entre deux maisons. Si on l'appuie sur la première, elle fait un angle de 30° avec la façade. Si on l'appuie sur la seconde, elle fait un angle de 40° avec la façade. Quelle est la distance d entre ces deux maisons ?

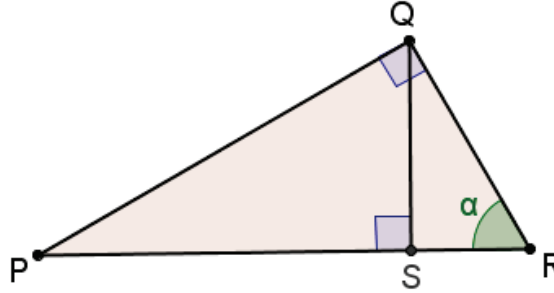


- 16) Quelle est la hauteur d'un clocher qui a une ombre de 36 m lorsque le soleil est élevé de $37,5^\circ$ au dessus de l'horizon ?
- 17) Une cheminée de 55,3 m donne une ombre de 35,3 m. A quel angle le soleil se trouve-t-il au-dessus de l'horizon ?
- 18) L'échelle d'une carte représentant un massif montagneux est de 1 : 50'000. Sur cette carte la distance entre deux sommets A et B est de 8 cm. L'altitude du sommet A est de 2100 m, celle du sommet B de 1385 m. La commune veut construire un nouveau télésiège reliant ces deux sommets. Or une telle construction n'est possible que si l'angle formé par le câble du télésiège (qu'on suppose parfaitement droit) et l'horizontale ne dépasse pas 10° . Analysez si le projet est techniquement réalisable.

- 19) Sur la figure ci-contre, le triangle $\triangle(ABD)$ est rectangle en B , $AB = 15$, $\widehat{ADB} = 65^\circ$ et $\widehat{CAD} = 10^\circ$. Calculez le périmètre du triangle $\triangle(ACD)$.

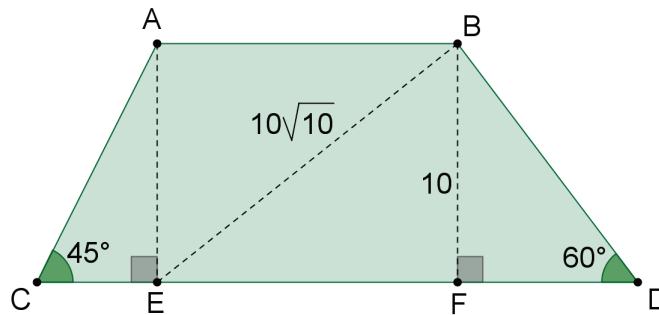


- 20) Le triangle ABC est rectangle en A et $\hat{B} = 60^\circ$ (figure !).
- Quel est l'angle entre la médiane issue de B et le côté $[AB]$?
 - Quel est l'angle entre la médiane issue de C et le côté $[AC]$?
- 21) Sur la figure (inexacte) suivante le triangle $\Delta(PQR)$ est rectangle en Q , $(QS) \perp (PR)$, $SR = 4$ cm et $\alpha = 60^\circ$:



Calculez l'aire du $\Delta(PQR)$.

- 22) Sur la figure suivante (non exacte !) $(AB) \parallel (CD)$, $BF = 10$, $EB = 10\sqrt{10}$, $\widehat{BDF} = 60^\circ$ et $\widehat{ECA} = 45^\circ$. Calculez la valeur exacte du périmètre du trapèze $(ABDC)$.



- 23) Pouvez-vous construire un angle α tel que $\cos \alpha = \frac{1}{2}$ et $\sin \alpha = \frac{7}{8}$?
- 24) Vrai ou faux ? Justifiez vos réponses !
- Il existe un angle aigu α tel que $\cos \alpha + \sin \alpha = 3$
 - $3 \cdot \sin 10^\circ = \sin 30^\circ$
 - Si $\cos \alpha = 0,1$ alors $\sin \alpha = 0,9$.
 - Pour tout angle aigu α $\tan(90 - \alpha) = \cot \alpha$.
 - Pour α, β angles aigus on a : $\sin(\alpha \cdot \beta) = \sin \alpha \cdot \sin \beta$.
 - Il existe un angle aigu α tel que $\sin \alpha = \cos \alpha$.
 - Pour tout angle aigu α $\tan \alpha + \cot \alpha = \frac{1}{\sin \alpha \cdot \cos \alpha}$
 - Il existe angle aigu α tel que $\tan \alpha > 100$.

25) Construisez à l'aide d'une règle non graduée et d'un compas (sans calculatrice et en expliquant votre construction!) un angle α tel que :

a) $\tan \alpha = 1,4$

c) $\cos \alpha = 0,35$.

b) $\sin \alpha = \frac{2}{3}$

d) $\cot \alpha = \frac{4}{9}$

Mesurez (au degré près) l'angle α sur votre figure puis calculez cet angle à l'aide de la calculatrice (au centième de degré près).

26) Utilisez la figure suivante pour déterminer *approximativement* :

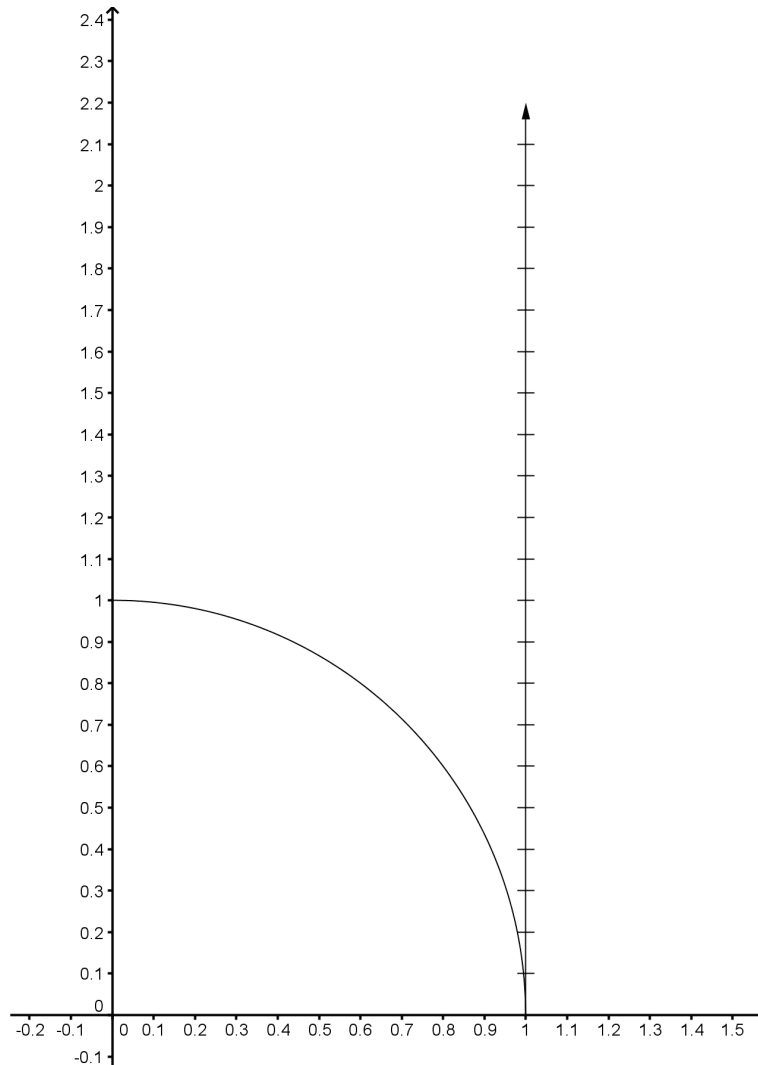
a) $\sin 52^\circ$.

b) $\tan 52^\circ$

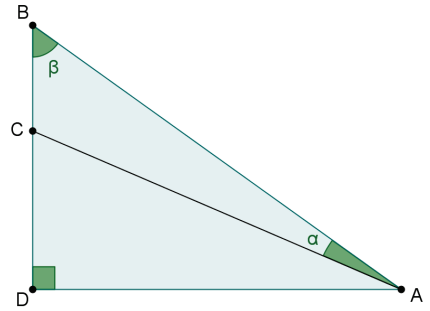
c) θ tel que $\cos \theta = 0,75$.

d) $\cos \alpha$ sachant que $\sin \alpha = 0,4$.

e) β sachant que $\tan \beta = 2$.

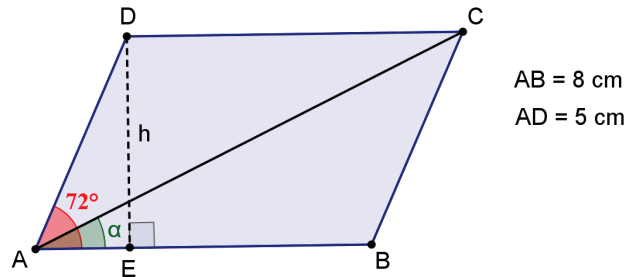


- 27) Sur la figure suivante le triangle $\Delta(ABD)$ est rectangle en D , $AB = 10$ cm, $\alpha = 20^\circ$ et $\beta = 60^\circ$:
Calculez le périmètre du triangle $\Delta(ABC)$.



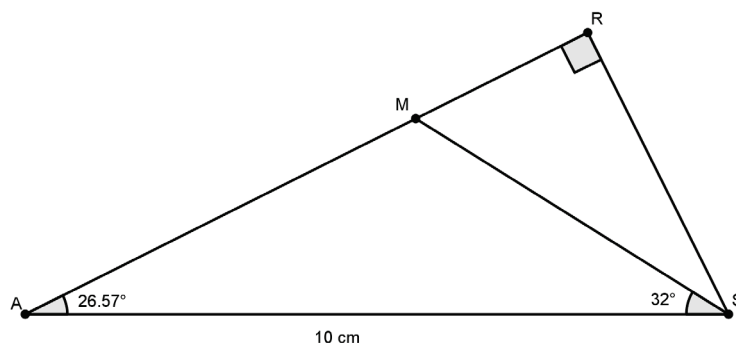
- 28) Soit $\Delta(ABC)$ un **triangle isocèle** de sommet principal A tel que $\widehat{BAC} = 40^\circ$, $AB = AC = 12$ m. Faites un schéma puis calculez l'aire de ce triangle.
- 29) Calculez l'aire d'un **rectangle** dont les diagonales mesurent 7 cm et forment un angle de 50° !

- 30) Les côtés d'un **parallélogramme** $\#(ABCD)$ mesurent 8 cm respectivement 5 cm, et forment un angle de 72° (voir figure ci-contre).



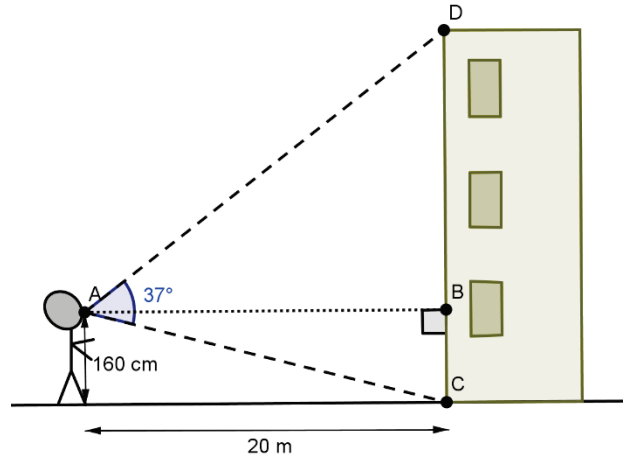
Calculez :

- la hauteur $h = DE$ du parallélogramme ;
 - l'aire du parallélogramme ;
 - la longueur de la diagonale $[AC]$;
 - l'angle $\alpha = \widehat{BAC}$.
- 31) Soit un **losange** ABCD dont le périmètre mesure 20 cm et qui a un angle de 46° .
- Faites un schéma puis une figure exacte.
 - Calculez l'aire de ce losange.
- 32) En utilisant les données sur la figure, calculer le périmètre du triangle MRS :

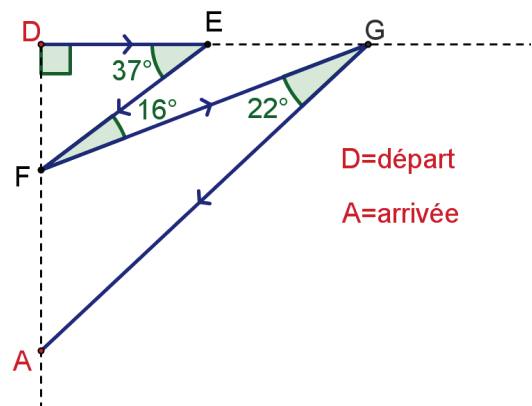


- 33) Sur la figure suivante la personne, dont les yeux se trouvent en A à 160 cm du sol et qui se tient à 20 m de l'immeuble, voit celui-ci sous un angle $\widehat{CAD} = 37^\circ$:

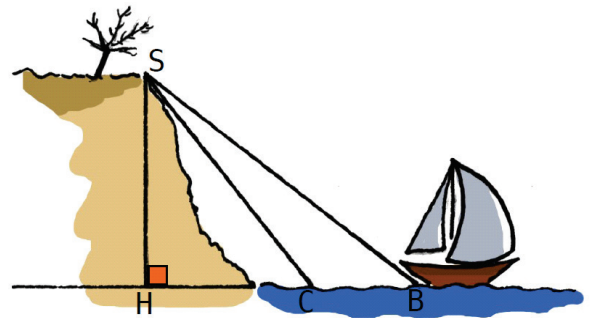
- a) Calculez \widehat{CAB} .
b) Calculez la hauteur CD de l'immeuble.



- 34) Des bateaux participent à une régate. Ils doivent suivre le parcours fléché indiqué en gras sur la figure ci-dessous. Sachant que $DE = 8$ km, D, E, G et D, F, A sont alignés, $\widehat{ADG} = 90^\circ$, $\widehat{DEF} = 37^\circ$, $\widehat{GFE} = 16^\circ$ et $\widehat{FGA} = 22^\circ$ (comme indiqué sur la figure), calculez la longueur du parcours de la régate.

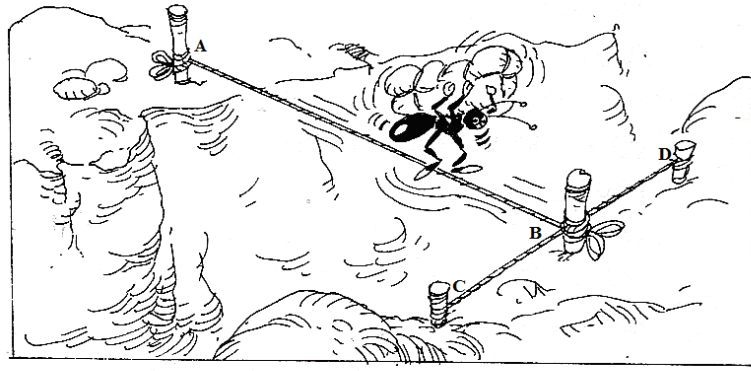


- 35) Jean navigue le long d'une falaise. Pour des questions de sécurité, il ne doit pas aller au delà du point C. Il a jeté l'ancre au point B. On donne : $SH = 100$ m, $\widehat{SCH} = 75^\circ$ et $\widehat{SBH} = 65^\circ$. A quelle distance (au dm près) du point C le bateau de Jean se trouve-t-il ?



- 36) a) Faites la construction suivante :
- un cercle \mathcal{C} de centre O et de rayon 5 cm
 - deux points A et B sur \mathcal{C} tel que $AB = 6$ cm
 - la droite d passant par O et perpendiculaire à (AB) et le point $I \in (AB) \cap d$
 - le point D tel que $D \in \mathcal{C} \cap [OI)$
 - le point E tel que $E \in \mathcal{C} \cap d$ et $E \notin [OI)$
- b) Calculez ID , IO et IE .
c) Calculez \widehat{AOB} , \widehat{BDA} et \widehat{AEB} . Que constatez-vous ?

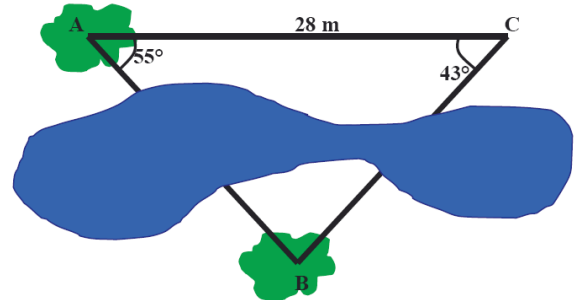
37) Le canyon.



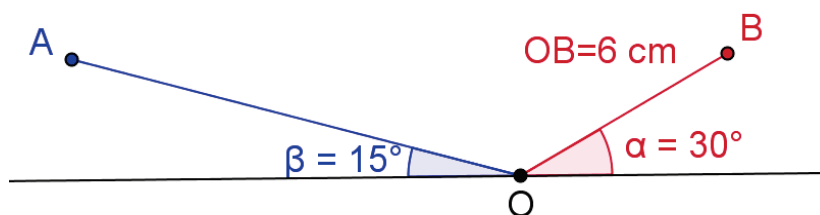
Trouvez la largeur AB du canyon, sachant que :

- B, C et D sont alignés et $CD = 35$ m
- $(AB) \perp (CD)$
- $\widehat{BCA} = 80^\circ$ et $\widehat{ADB} = 70^\circ$

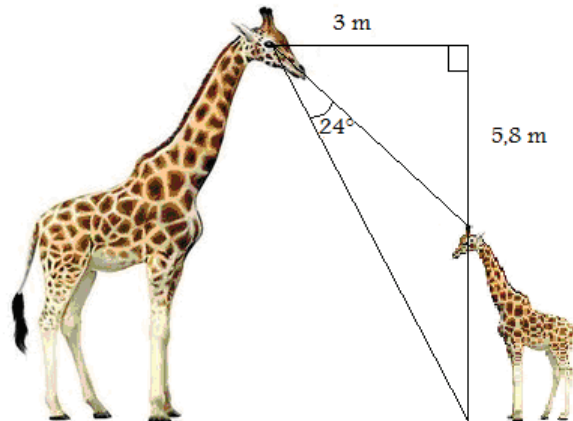
- 38) Un géomètre veut calculer la distance entre deux arbres A et B , séparés par un étang. Pour cela il se place en un point C situé à 28 m de A , d'où il peut voir les deux arbres. Depuis C , il mesure $\widehat{ACB} = 43^\circ$ avec son théodolite (= appareil servant à mesurer les angles). Ensuite, depuis A , il mesure $\widehat{CAB} = 55^\circ$.



- Expliquez pourquoi il est impossible d'utiliser les formules trigonométriques dans le triangle ABC .
 - Voilà pourquoi le géomètre trace sur son plan la hauteur issue de B du triangle ABC . Elle coupe le côté $[AC]$ en H . On note $AH = x$ et $BH = h$. Calculez x et h à 0,01 m près.
 - Déterminez finalement la distance AB à 0,01 m près.
- 39) Sur la figure suivante, comment faut-il choisir la distance OA pour que la distance de A à la droite d soit égale à la distance de B à d ?

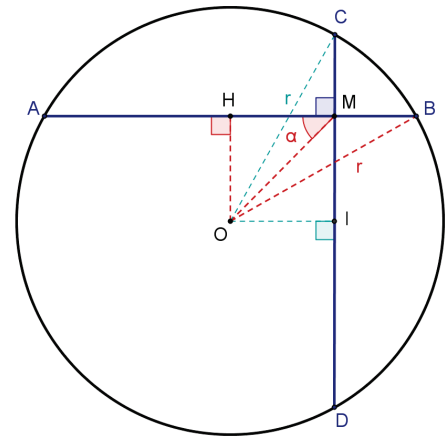


- 40) Maman girafe mesure 5 m 80. Placée à 3 m de son petit, elle le voit sous un angle de 24° .
Quelle est la taille du petit ?



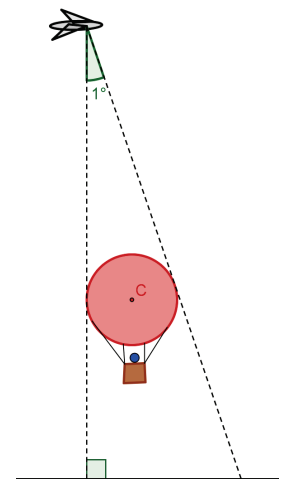
- 41) Sur la figure ci-contre on a représenté un cercle de rayon r , et deux perpendiculaires $[AB]$ et $[CD]$ qui se coupent en M :

- a) Montrez que $AB^2 = 4r^2 - 4OM^2 \sin^2 \alpha$
(**Indication** : utilisez les triangles OHM et OHB rectangles en H).
- b) Montrez que $CD^2 = 4r^2 - 4OM^2 \cos^2 \alpha$.
(**Indication** : utilisez les triangles OIM et OIC rectangles en I).
- c) Déduisez-en $AB^2 + CD^2$ en fonction de r et OM .

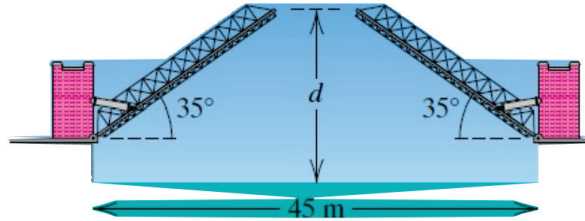


- 42) Une montgolfière dont le ballon a un diamètre de 26 m est vue à la verticale à partir d'un avion qui se trouve à 10000 m d'altitude sous un angle de 1° .

- a) Faites une figure géométrique où vous marquerez tous les points importants.
- b) A quelle distance du sol se trouve le centre C du ballon à ce moment ?
- c) Refaire le problème lorsque l'avion (le point d'observation) se trouve sur la verticale passant par le centre C du ballon. Comparer les résultats obtenus et expliquez !



- 43) Un pont basculant est formé de deux sections de même longueur. Sa longueur totale de 45 m lorsqu'il est déployé au-dessus d'une rivière. Comme le montre la figure ci-contre, les deux sections du pont peuvent être relevées d'un angle maximal de 35° .



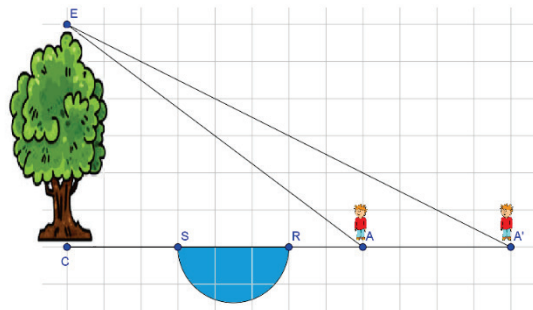
- Si le niveau de l'eau est à 5 m sous le pont abaissé, calculer à 0,1 m près la distance d entre l'extrémité d'une section et l'eau quand le pont est entièrement levé.
- Quelle est la distance (à 0,1 m près) entre les extrémités des deux sections quand le pont est entièrement levé, comme le montre la figure ?
- On commence à abaisser le pont. Quel est l'angle que les deux sections font avec l'horizontale lorsque la distance de leurs extrémités est égale à 1 m.

- 44) Voici un panneau routier (« descente dangereuse ») bien connu des automobilistes :

- Sa signification est la suivante : une voiture qui parcourt une distance de 100 m sur la route, perd 10 m en altitude (respectivement gagne 10 m en altitude si elle monte). Déterminez l'angle que la route fait avec l'horizontale.
- Jojo pense que si le panneau indiquait 100%, l'angle que la route ferait avec l'horizontale mesurerait 90° et qu'à 50% on aurait donc un angle de 45° . Qu'en pensez-vous ?
- Au pays des Shadoks on interprète ce panneau de la façon suivante : si la voiture, au lieu de descendre la pente comme chez nous, se déplaçait horizontalement de 100 m (à la manière d'un hélicoptère), la route finirait par se trouver 10 m en dessous d'elle. Ils expliquent que cette interprétation est plus humaine car elle rendrait les descentes à pente maximale, c'est-à-dire de 100%, nettement moins meurtrières que chez nous.... Ont-ils raison ?



- 45) Antoine se trouve au bord d'une rivière (en A) et veut déterminer la hauteur de l'arbre situé de l'autre côté. Pour cela il mesure d'abord l'angle $\widehat{CAE} = 43^\circ$. Il recule ensuite de 30 m et mesure l'angle $\widehat{CA'E} = 29^\circ$. Comment peut-il calculer la hauteur EC de l'arbre, arrondie au mètre près.



- 46) Deux touristes admirent de loin le clocher d'une église. Le premier, à gauche du clocher, le voit sous un angle de 14° . Le second, à droite du clocher, le voit sous un angle de 18° .

Sachant que les deux touristes sont distants de 800 m, déterminer la hauteur du clocher (valeur exacte, puis valeur approchée au dm près). Faire un schéma avec 2 inconnues ! (**Remarque** : on néglige la taille des touristes, c.-à-d. on suppose que les yeux des touristes sont au sol.)