

CHAPITRE VI

INEGALITES ET INEQUATIONS

1) Représentez sur une droite graduée les ensembles suivants, écrivez-les ensuite plus simplement et précisez s'il s'agit d'intervalles ou non. Rappelons les *différents types d'intervalles* (c'est un ensemble qu'on peut dessiner sans lever la plume) :

- $[a, b],]a, b[, [a, b[,]a, b]$ avec $a < b$
- $[a, +\infty[,]a, +\infty[,]-\infty, a],]-\infty, a[$
- Cas particuliers : $\emptyset, \mathbb{R} =]-\infty, +\infty[, \{a\}$

a) $A = \{x \in \mathbb{R} / x > 3\}$

b) $B = \{x \in \mathbb{R} / x \leq 1\}$

c) $C = \{x \in \mathbb{R} / -6 < x \leq -2\}$

d) $D = \{x \in \mathbb{R} / x < 7 \text{ et } x > 4\}$

e) $E = \{x \in \mathbb{Z} / -3 \leq x < 9\}$

f) $F = \{x \in \mathbb{N} / -3 \leq x < \frac{10}{3}\}$

g) $G = \{x \in \mathbb{R} / -4 > x \text{ ou } x > 5\}$

h) $H =]3, 7] \cap [-2, 5[$

i) $I =]3, 7] \cup [-2, 5[$

j) $J =]3, 7] \setminus [-2, 5[$

k) $K = [-2, 5[\setminus]3, 7]$

l) $L =]-\infty, 5] \cap [5, +\infty[$

m) $M =]-\infty, 5] \cup [5, +\infty[$

n) $N =]-\infty, 5] \setminus [5, +\infty[$

o) $O = A \cup B$

p) $P = A \cap B$

q) $Q = C \cap G$

r) $R = C \cup G$

2) Résolvez les inéquations :

Conseil pratique

Quand une équation ou une inéquation contient des fractions et des parenthèses, effectuez d'abord les parenthèses avant de multiplier tous les termes par le dénominateur commun pour éliminer les fractions !

1^{re} série

a) $5 - (3x - 7) \geq 4 - x$

d) $\frac{y-5}{6} > 7$

b) $2y + 3 \leq \frac{4}{7}$

e) $\frac{3+5x}{6} + x - \frac{1}{2} \leq 0$

c) $\frac{x}{5} - \frac{3}{2} < \frac{7}{3} + \frac{5x}{6}$

f) $\frac{5y+1}{2} - \frac{y-1}{4} \geq \frac{1}{8}$

2^e série

$$\begin{array}{ll} \text{a)} & 2x - 3(11 - 5x) > 4(7x - 3) - 5(2x + 8) & \text{d)} & x - 2 - \frac{2}{5} \left(\frac{x}{2} + \frac{1+3x}{4} \right) \leq 3 - x \\ \text{b)} & 13 - \frac{2}{3} \left(9 - \frac{2x-7}{4} \right) \leq 8 - 3(1 - 6x) & \text{e)} & \frac{3}{2} - \frac{8(2x-1)}{7} < \frac{1-9x}{7} - x \\ \text{c)} & \frac{y+3}{3} - \frac{5y-7}{6} > 1 - \frac{4y+1}{8} & \text{f)} & \frac{4x+1}{9} - \frac{7-3x}{12} \leq \frac{11x+5}{18} - \frac{9-2x}{24} \end{array}$$

- 3) Jenny prend un nombre, multiplie ce nombre par 5, retranche 24 du produit, divise le reste par 6 puis ajoute 13 au quotient pour obtenir finalement un nombre plus grand que celui qu'elle avait au départ. Que peut-on dire de celui-ci ?
- 4) David et Elena ont partagé 350 €. On sait qu'Elena a reçu au moins deux fois plus que David. Que peut-on dire de la part de chacun ?
- 5) Deux côtés d'un triangle mesurent respectivement 7 cm et 10 cm. Que peut-on dire de la longueur du 3^e côté ?
- 6) L'angle principal d'un triangle isocèle mesure moins de 24°. Que peut-on dire alors des deux autres angles ?
- 7) La largeur d'un pré rectangulaire est égale aux 3/5 de la longueur. Quelle est la longueur maximale possible du pré sachant qu'on peut l'entourer complètement par une clôture longue de 320 m ?
- 8) a) L'aire latérale d'un cylindre de hauteur 6 cm est plus grande que l'aire totale des deux bases. Que peut-on dire du rayon de la base ? b) Le volume d'un cylindre de hauteur 4 cm et de rayon r est plus petit que celui d'une sphère de même rayon r . Que peut-on dire de ce rayon ?
- 9) Le volume d'une pyramide à base carrée est 2,4 l. Sachant que sa hauteur est plus grande que 60 cm, que peut-on dire d'un côté du carré de la base ?
- 10) a) La hauteur d'une boîte cylindrique classique contenant une boisson rafraîchissante est égale à 115 mm. Sachant que cette boîte doit contenir au moins 33 cl, que peut-on dire du rayon de la base ? b) Depuis 2006 on vend cette boisson dans un autre type de boîte (sleek can), ayant un rayon de 58 mm. Que peut-on dire de la hauteur de cette boîte, le contenu minimal étant toujours de 33 cl ?
- 11) Un prisme à base un triangle équilatéral de côté a a un volume plus grand qu'un cube dont les arêtes mesurent également a . Que peut-on dire de la hauteur du prisme ?

12) Résolvez les systèmes suivants :

1^{re} série

$$\text{a) } \begin{cases} 3(x-2) - 7(9-4x) \leq 17x+1 \\ 18-3(5-x) < 6-2(1+3x) - 11(1-x) \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} 4(5+x) > 5(x+3) \\ \frac{2x}{5} - \frac{2x-17}{3} < 10 - \frac{2x-6}{2} \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} 8y + \frac{14y}{5} \geq 66 - \frac{12y}{5} \\ \frac{1}{6} \left(\frac{7y}{4} + y \right) > y - \frac{13}{2} \end{cases}$$

$$\text{d) } \begin{cases} 8 - \frac{9(x+2)}{3} \geq \frac{13-17x}{4} \\ \frac{x+7}{4} - \frac{5x-1}{6} < 4-x \end{cases}$$

$$\text{e) } \begin{cases} \frac{2x-7}{4} - \frac{x+1}{8} \leq \frac{x-5}{2} \\ \frac{3x-14}{12} - \frac{2-3x}{4} < \frac{2x-1}{3} \end{cases}$$

$$\text{f) } \begin{cases} 11 - 7(x-2) \geq \frac{2x-1}{5} + 3 \\ \frac{9x-2}{5} - 1 \geq \frac{x-3}{7} - \left(1 - \frac{7+x}{2} \right) \end{cases}$$

2^e série

$$\text{a) } \begin{cases} 4x - \frac{x}{3} - \frac{3x}{4} > 3 \\ \frac{x}{2} - \frac{1}{3} \leq \frac{x}{5} + \frac{1}{8} \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} x+1 \geq \frac{x}{2} \\ \frac{x}{3} - 1 \leq 2x+5 \\ x+4 > \frac{x}{5} \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} \frac{1}{5}x - 2\left(\frac{1}{3}x - 1\right) > \frac{3}{2}x - 7 - \frac{16}{15}x \\ \frac{x-3}{7} - \frac{3x-2}{3} \leq x - \frac{x+1}{7} \end{cases}$$

$$\text{d) } \begin{cases} 1 - \frac{x-3}{18} \leq \frac{3x+1}{5} - \frac{7(1-x)}{30} \\ \frac{x}{7} - \frac{1}{2}\left(\frac{3}{4} - \frac{4x-2}{3}\right) > 0 \end{cases}$$

$$\text{e) } \begin{cases} 5x - 3(x+2) - 6(x-2) \leq 4x - 3(x-5) \\ \frac{2(x-1)}{3} - \frac{x-5}{2} < \frac{x+3}{3} - \frac{x-1}{2} \end{cases}$$

$$\text{f) } \begin{cases} \frac{1-x}{3} - \frac{2-7x}{10} \geq \frac{2x+3}{5} - \frac{10-x}{6} \\ \frac{x}{2} - \frac{3}{5}\left(\frac{x}{6} - \frac{15}{7}\right) > 1 - 4\left(\frac{2}{5} + \frac{6-x}{28}\right) \end{cases}$$

3^e série

$$\text{a) } \begin{cases} 13x - 2(17-x) \leq \frac{13-5x}{2} \\ x(11-3x) \geq 20 - 3(x^2 - x + 4) \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} 8x - (12-5x) > \frac{x+3}{4} \\ 6(2-7x) \leq 1 - 8(5x-9) \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} 2(3x+1) + x - 2 \leq 4x + 5 - 3(1-x) \\ \frac{3}{2}(x+1) - \frac{2x-6}{5} + 2x - 1 > \frac{31x}{10} + 4 \end{cases}$$

$$\text{d) } \begin{cases} \frac{x-3}{3} - \frac{4+x}{4} \geq 3(1-x) + \frac{41x-48}{12} \\ 3(2x-3) - 3x < 9 - 2(3-2x) \end{cases}$$

$$\text{e) } \begin{cases} \frac{y+1}{3} - \frac{y+7}{6} < \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2}\left(\frac{3}{4} + 2y\right) - \frac{5}{3} \geq \frac{1}{3}\left(-2y + \frac{9}{8}\right) \end{cases}$$

$$\text{f) } \begin{cases} \frac{x-2}{3} - \frac{12-x}{2} > \frac{5x-36}{4} - 1 \\ \frac{1}{2}\left(x - \frac{3}{5}\right) \leq 5\left(x - \frac{8}{3}\right) \end{cases}$$

4^e série

$$\text{a) } 3 \leq \frac{x+1}{4} \leq \frac{9+x}{6}$$

$$\text{c) } \begin{cases} 3 \leq \frac{x+1}{3} \leq 9 \\ -2 < \frac{4-x}{5} < -1 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} \frac{2x}{3} - 1 \leq \frac{x}{2} < \frac{3x}{4} - 2 \\ 1 > \frac{x+1}{4} \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{d) } \begin{cases} \frac{x}{2} + 3 > x - 1 > -2x + 5 \\ 1 < -4 \cdot (x-3) + 2 \leq 6 \end{cases}$$

- 13)** Nicole veut acheter deux sortes de gâteaux dont les uns coûtent 50% plus chers que les autres. Elle a calculé qu'avec les 8 € qu'elle a en poche, elle peut acheter 7 gâteaux simples et 4 gâteaux plus chers alors qu'elle n'aurait pas assez d'argent pour acheter 5 gâteaux simples et 6 gâteaux plus chers. Trouvez un encadrement (en nombres entiers de centimes) du prix d'un gâteau simple.
- 14)** La longueur d'un rectangle vaut 8 cm et sa largeur 5 cm. On prolonge l'une des deux largeurs d'une certaine distance et on obtient un trapèze dont l'aire est comprise entre 48 cm^2 et 50 cm^2 . Quelle peut être la distance ajoutée à la largeur initiale ?
- 15)** Anne a reçu une certaine somme de son grand-père pour son anniversaire. Avec cet argent elle a d'abord acheté deux CD à 15 € la pièce, puis elle a dépensé les deux tiers de ce qui lui restait à la foire. A la fin elle veut s'acheter un pull et constate qu'elle a encore assez pour acheter celui à 45 €, mais pas assez pour celui qui coûte 62 €. Que peut-on dire de la somme qu'elle a reçue de son grand-père ?
- 16)** Aujourd'hui Jacques, qui fête son 9^e anniversaire, fait le calcul suivant : mon père a 36 ans, ma mère 31 ans et la somme de mon âge et de ceux de mes deux sœurs est de 20 ans. Combien de fois va-t-il fêter son anniversaire où cette somme sera plus grande que l'âge de sa mère et plus petite que celui de son père ? Quels sont ces anniversaires ?
- 17)** Soient $x, y \in \mathbb{R}$ avec $x > y$. Soient $m, p \in \mathbb{R}_+^*$. Compléter par < ou > :
- | | |
|--------------------------------|--|
| a) $x + m \dots y + m$ | d) $m \cdot p \cdot x \dots m \cdot p \cdot y$ |
| b) $x - m \dots y - m$ | e) $p \cdot x + m \dots p \cdot y + m$ |
| c) $m \cdot x \dots m \cdot y$ | |
- 18)** Comparer les nombres suivants sans utiliser la calculatrice :
- | | |
|---|---|
| a) $\sqrt{27}$ et $2\sqrt{3}$ | e) $\frac{4}{\sqrt{27}}$ et $\frac{7}{9}$ |
| b) $-\sqrt{19}$ et $-2\sqrt{5}$ | f) $\sqrt{6} + 1$ et $2\sqrt{3}$ |
| c) $\frac{4}{\sqrt{5}}$ et $\sqrt{3}$ | g) $2\sqrt{3} - 2$ et $\sqrt{10} - 1$ |
| d) $\frac{6}{\sqrt{7} + 1}$ et $\sqrt{7} - 1$ | h) $\sqrt{5} + \sqrt{6}$ et $\sqrt{7} + 2$ |
| | i) $\sqrt{7} - \sqrt{3}$ et $2(\sqrt{2} - 1)$ |

- 24) La base d'un triangle est comprise entre 18 mm et 20 mm et son aire entre $1,6 \text{ cm}^2$ et $1,8 \text{ cm}^2$. Que peut-on dire de sa hauteur ?
- 25) a) Montrer que si α et β sont des angles aigus tels que $\alpha < \beta$ alors $\sin \alpha < \sin \beta$ et $\cos \alpha > \cos \beta$. b) Le triangle ABC , rectangle en A , est tel que son hypoténuse est comprise entre 12 et 15 cm et l'angle \hat{C} a une mesure comprise entre 30° et 40° . Déterminer un encadrement de son aire.
- 26) La longueur de la base d'un **parallélogramme** est comprise entre 9 et 10 cm et la hauteur correspondante entre 4 et 5 cm. Que peut-on dire de l'aire de ce parallélogramme ?
- 27) L'aire d'un **carré** est comprise entre 254 cm^2 et 268 cm^2 . Trouvez un encadrement aussi précis que possible en nombres entiers de mm de son périmètre.
- 28) Anna a mesuré deux angles α et β d'un **triangle** et a trouvé que $47^\circ \leq \alpha \leq 48^\circ$ et $83^\circ \leq \beta \leq 84^\circ$. Que peut-on dire du troisième angle γ de ce triangle ?
- 29) Un champ **rectangulaire** a une longueur comprise entre 157 m et 158 m et une aire comprise entre 1,94 ha et 1,95 ha. Que peut-on dire de sa largeur (en m) ?
- 30) La largeur d'un champ **rectangulaire** est 3 à 4 fois plus petite que sa longueur. Que peut-on dire du périmètre et de l'aire de ce champ sachant que sa longueur est comprise entre 182 m et 183 m ?
- 31) L'aire d'un **triangle** est comprise entre $7,51 \text{ m}^2$ et $7,58 \text{ m}^2$ et une base comprise entre 16 dm et 18 dm. Calculez un encadrement aussi précis que possible en nombres entiers de cm de la hauteur correspondante.
- 32) La longueur a , la largeur b et la hauteur c d'un **pavé** sont données par les encadrements suivants en m : $15 \leq a \leq 16$, $9 \leq b \leq 10$ et $7 \leq c \leq 8$. Que peut-on dire :
- a) du volume de ce pavé ?
- b) de l'aire de ce pavé ?
- 33) La longueur a d'un immeuble en forme de **pavé** est 4 à 5 fois plus longue que sa largeur b . Que peut-on dire du volume de cet immeuble sachant que sa largeur b est comprise entre 20 m et 21 m et sa hauteur c entre 45 m et 46 m ?
- 34) Une **pyramide** à base carrée a une hauteur comprise entre 13 cm et 14 cm et le côté de la base est compris entre 5 cm et 6 cm. Trouvez un encadrement aussi précis que possible en nombres entiers de mm^3 de son volume.

35) Sachant que le volume d'une **pyramide** à base carrée est compris entre 2,4 litres et 2,5 litres et que la hauteur est comprise entre 5 cm et 6 cm, calculez un encadrement aussi précis que possible en nombres entiers de cm de la longueur des côtés de la base.

36) Le nombre π

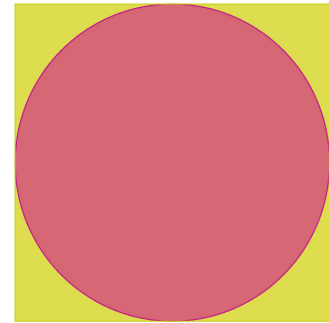
Rappelons que ce nombre intervient dans les formules donnant le périmètre p et l'aire A d'un cercle de rayon r : $p = 2 \cdot \pi \cdot r$ et $A = \pi \cdot r^2$. On a démontré que le développement décimal de ce nombre comporte une infinité de décimales qui commence par :

$$\pi = 3,141592653589793238462643383.....$$

Dans les calculs courants on prend souvent la valeur 3,14 pour π « *parce qu'on on se contente d'une précision au centième près* » dans les calculs. Nous allons maintenant analyser la valeur de cette affirmation !

- a)** Calculez le périmètre et l'aire des cercles de rayons 1 m, 2 m, 3 m, 4m, 5 m, 10 m, 30 m et 50 m en prenant $\pi = 3,14$.
- b)** Même question en prenant pour π le maximum de décimales données par votre calculatrice (utilisez la touche « π »). Comparez les résultats obtenus avec ceux obtenus en a) : est-ce qu'on a obtenu des résultats exacts *au centième près* ?
- c)** Calculez un encadrement de l'aire d'un disque de rayon 50 m en prenant successivement des encadrements de π d'amplitudes 10^{-2} , 10^{-3} , 10^{-4} , 10^{-5} , 10^{-6} , 10^{-7} et 10^{-8} . Quel est le nombre minimal de décimales qu'il faudrait prendre pour π si on voulait obtenir cette aire avec une précision d'au moins un centième ? Examinez la précision de l'aire d'un disque de rayon 150 m obtenue avec cette valeur de π .
- 37)** Le diamètre d'un **cercle** mesure entre 52 mm et 53 mm. Calculez un encadrement du périmètre et de l'aire de ce cercle en utilisant un encadrement de π d'amplitude 10^{-3} .
- 38)** Pedro a mesuré en mm le diamètre d et la hauteur h d'une boîte à conserves **cylindrique** et a trouvé : $126 \leq d \leq 128$ et $152 \leq h \leq 154$. Calculez un encadrement du volume et de l'aire totales de cette boîte, en utilisant un encadrement de π d'amplitude 10^{-4} .
- 39)** Le volume d'un **cylindre** est compris entre 142 cl et 143 cl et le diamètre de sa base entre 10,2 cm et 10,3 cm. Trouvez un encadrement de sa hauteur en utilisant un encadrement de π d'amplitude 10^{-2} .
- 40)** La hauteur d'un **cône** est 5 à 6 fois plus grande que le diamètre de sa base. Sachant que le rayon de sa base est compris entre 7 cm et 8 cm, calculez un encadrement du volume de ce cône, en utilisant un encadrement de π d'amplitude 10^{-2} .

- 41) Philomène, qui veut repeindre les murs de sa chambre à coucher, a mesuré que la surface à peindre mesure entre 70 m^2 et 74 m^2 . Sur la notice d'emploi elle lit qu'il faut compter entre 150 ml et 200 ml de peinture par m^2 et qu'il faut deux couches. La peinture est vendue en pots de 3 l à 45 € et en pots de 1,5 l à 28 €. Combien de pots de chaque taille lui faudra-t-il ? Comment feriez-vous à sa place ?
- 42) Sur la paroi d'un récipient **cylindrique** est marquée une graduation qui indique le contenu du récipient en cl. Pierre y met une quantité d'eau et constate que le niveau se situe entre 50 cl et 51 cl puis il y plonge un objet en métal. Le niveau de l'eau se situe maintenant entre 85 cl et 86 cl. Donnez un encadrement du volume de cet objet en cm^3 .
- 43) Un tuyau **cylindrique** a un périmètre extérieur compris entre 38,3 cm et 38,4 cm et l'épaisseur de la paroi vaut entre 3 mm et 4 mm. Combien d'eau (en litres) peut contenir une section de ce tuyau longue de 1 m ?
- 44) Le côté du carré sur la figure ci-contre mesure entre 3,9 cm et 4,1 cm. En utilisant un encadrement de π d'amplitude 10^{-2} , donnez un encadrement de l'aire jaune.
- 45) En utilisant la méthode décrite à l'exercice précédent, Jacques a trouvé que le volume d'une petite **pyramide** mesure entre $0,37 \text{ dm}^3$ et $0,38 \text{ dm}^3$. De plus le côté de la base carrée de la pyramide a une longueur comprise entre 9,7 cm et 9,8 cm. Calculez un encadrement en cm de la hauteur de cette pyramide.
- 46) Le tachymètre (du grec *tachus* = rapide) est l'appareil qui sert à mesurer la vitesse et la distance parcourue par une voiture. En fait cet appareil « compte » le nombre de rotations de l'axe pendant le trajet, ce qui lui permet de calculer la distance parcourue en multipliant ce nombre par le périmètre d'une roue de la voiture. Le problème est que ce périmètre peut varier légèrement en fonction de l'état des pneus (plus ou moins gonflés, ayant un profil plus ou moins épais, etc). Prenons une voiture dont le diamètre des roues est donné par l'encadrement $57,85 \leq d \leq 60,89$ (en cm) : le tachymètre fait alors ses calculs en prenant la valeur moyenne $d = (57,85 + 60,89) / 2 = 59,37$ cm. Encadrez le nombre réel de km parcourus par une voiture affichant au tachymètre 123'456 km.
- 47) On dispose d'un grand nombre de petites billes identiques en acier et on veut mesurer le poids d'une de ces billes. Pour cela on utilise une balance qui indique les poids à 1 g près,

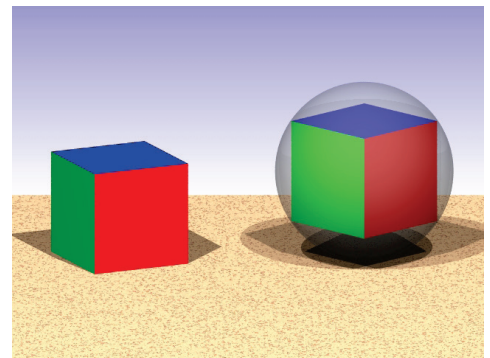


ce qui signifie que si elle indique un poids de 57 g par exemple, le poids réel de l'objet est compris entre 56 g et 58 g.

- a) En pesant une bille, elle indique 3 g. Que peut-on dire du poids réel d'une bille ? de 10 billes ? de 100 billes ?
- b) En pesant 10 billes, elle indique 34 g. Que peut-on dire du poids réel de ces 10 billes ? d'une bille ?
- c) En pesant 100 billes, elle indique 332 g. Que peut-on dire du poids réel de ces 100 billes ? d'une bille ?
- d) Combien de billes faut-il peser au moins si on veut que l'encadrement du poids d'une bille ait une amplitude d'au plus 0,01 ?
- e) Même question si on a une amplitude d'au plus 0,005 ?

- 48) On dispose d'un cube de longueur d'arête a avec $3 < a < 4$ (en cm). On aimerait placer ce cube à l'intérieur d'une sphère creuse comme le montre la figure ci-dessous :

Déterminez un encadrement du diamètre de la sphère.



- 49) Faire un tableau de signes des expressions suivantes (pour chaque tableau de la colonne droite (h-m), on essaiera de voir un lien avec un tableau de la colonne gauche (a-g)):

a) $4x - 8$

h) $-4x + 8$

b) $-2x + 3$

i) $(-2x + 3)^2$

c) $-5x - 6$

j) $\frac{1}{-5x - 6}$

d) $\frac{2x}{3} - 1$

k) $\left(\frac{2x}{3} - 1\right)^3$

e) $\frac{7}{2} - 3x$

l) $\frac{4}{\frac{7}{2} - 3x}$

f) $-5 \cdot (2 - 3x)$

g) $\frac{-8 - x}{3}$

m) $\frac{3}{8 + x}$

50) Faire un tableau de signes des expressions suivantes :

a) $3x - 4$; $(3x - 4)^2$; $(3x - 4)^3$; $(3x - 4)^4$; $\frac{1}{3x - 4}$; $\frac{1}{(3x - 4)^2}$; $\frac{1}{(3x - 4)^3}$

b) $5x + 9$; $-5x - 9$; $\frac{-5x - 9}{4}$; $\frac{-3}{5x + 9}$; $\frac{2}{(5x + 9)^2}$; $(-5x - 9)^6$

c) $-7x + \frac{3}{2}$; $7x - \frac{3}{2}$; $\left(-7x + \frac{3}{2}\right)^3$; $\frac{4}{\left(7x - \frac{3}{2}\right)^8}$; $\frac{1}{-2\left(-7x + \frac{3}{2}\right)^5}$

51) Résoudre les inéquations suivantes à l'aide d'un tableau de signes.

1^{re} série

a) $(x + 1)(3x - 1) \leq 0$

d) $(2x + 3)(3x - 5)(-2x + 7) < 0$

b) $x(7 - 2x) > 0$

e) $(x^2 - 9)(4x + 1) \leq 0$

c) $-3(5 - 2x)(x - 9) \geq 0$

f) $(3x - 1)^2 \leq 81$

2^e série

a) $49x^2 + 25 \geq 70x$

f) $-\frac{3x^2}{4} - 3 < -3x$

b) $49x^2 + 25 \leq 70x$

g) $x^2 + 2x \geq -1$

c) $49x^2 + 25 > 70x$

h) $x^2 + 2x \leq -1$

d) $49x^2 + 25 < 70x$

i) $x^2 + 2x > -1$

e) $36x^2 + 121 \leq 132x$

j) $x^2 + 2x < -1$

3^e série

a) $(2 - x^2)(x^2 - 3) \leq 0$

d) $25(x + 2)^2 > 9(3x + 2)^2$

b) $(x^2 + 2)(x^2 - 5) \geq 0$

e) $x^3 + 5x^2 - 6x > 0$

c) $2x^2 - 3x - 5 < 0$

f) $x^4(x^2 + 4x + 4) \leq 64(x + 2)^2$

4^e série

a) $30 - 17x < 3x^2 - 2x^3$

d) $4x^3 + 4x^2 - 7x + 2 < 0$

b) $x^2 - 2x^3 \leq 1 - 2x$

e) $4x^3 + 4x^2 - 7x + 2 \leq 0$

c) $x^2 - 16 \leq (3x + 8)(x - 4)$

f) $2x^3 + x^2 - 5x + 2 \geq 0$

52) Résoudre les *inéquations rationnelles* suivantes à l'aide d'un tableau de signes, après en avoir déterminé les conditions d'existence.

1^{re} série

a) $\frac{x-5}{2x+1} \leq 0$

d) $\frac{2x+5}{x-5} \geq -3$

b) $\frac{x-5}{2x+1} \leq 1$

e) $4x < \frac{1}{x}$

c) $\frac{x^2-4}{x+3} \geq 0$

f) $2x-1 \geq \frac{10}{x-1}$

2^e série

a) $\frac{4x}{x-3} \leq 5$

d) $\frac{-5x-1}{x-5} \geq x$

b) $\frac{1}{4-x} \leq \frac{1}{2x}$

e) $\frac{x}{2x+1} - 2 > \frac{4}{x-2}$

c) $\frac{x^2-2}{2x-3} \leq 1$

f) $\frac{(7-3x)(2x-1)}{(3+x^2)(x^2-4)} \geq 0$

3^e série

a) $\frac{1}{x} + \frac{1}{x-2} \leq \frac{3}{4}$

d) $\frac{2x^3+9x^2+7x-6}{(x+2)^2} > 0$

b) $\frac{1}{x-1} - \frac{2}{x^2} \leq \frac{1}{x}$

e) $\frac{2x^3+9x^2+7x-6}{(2x-1)} \leq 0$

c) $\frac{4x^2-(3x-1)^2}{(x+7)(4x^2+5)} \leq 0$

f) $\frac{(x+3)^3}{2x^3+9x^2+7x-6} \geq 0$

Conseil : Pour les exemples **d)**, **e)** et **f)**, faites d'abord un tableau de signes de $2x^3+9x^2+7x-6$

Solutions**12) 1^{re} série**

a) $S = \emptyset$

b) $S =]-\infty, 5[$

c) $S = [5, 12[$

d) $S = [1, 5[$

e) $S = \emptyset$

f) $S = \{3\}$

2^e série

a) $S =]\frac{36}{35}, \frac{55}{36}[$

b) $S = [2, +\infty[$

c) $S = [\frac{2}{9}, 10[$

d) $S = [\frac{27}{20}, +\infty[$

e) $S = [-\frac{9}{5}, -1[$

f) $S =]-\frac{32}{3}, 6]$

3e série

a) $S = \emptyset$

b) $S =]1, +\infty[$

c) $S = \emptyset$

d) $S =]-12, -3]$

e) $S = [1, 8[$

f) $S = [\frac{391}{135}, 8[$