

CHAPITRE II

DEVELOPPER ET FACTORISER

Ce chapitre est la suite du chapitre de même nom traité en 6^e. Pour cette raison il est vivement recommandé de commencer par refaire les exercices proposés dans « Exercices 6^e, chapitre 6, Développer et factoriser » !

A) Développer, factoriser

Exercices..... p 1 (ex 1 à 4)

Solutions..... p 7

B) Calculs sur les fractions rationnelles

Exercices..... p 11 (ex 5 à 8)

Solutions..... p 15

C) Problèmes p 17 (ex 9 à 16)

A) Développer, factoriser

1) **Développez** (en utilisant si possible les identités remarquables) puis réduisez les expressions suivantes :

1^{re} série

a) $(2x-1) \cdot (2x+1) - (3x-5)^2 =$

b) $(3x-1)^2 - (x-2)(x+2) =$

c) $(5+2x)(2x-5) - 4(x-1)(x+2) =$

d) $\left(\frac{3}{5}x-4\right) \cdot \left(\frac{5}{3}x-\frac{1}{4}\right) =$

e) $(x-6)^2 - 2x(x+3) =$

f) $4 \cdot \left(3x + \frac{1}{2}\right)^2 - 5 \cdot (3-x) \cdot (2-3x) =$

2^e série

- a) $(2x^2 + 3x - 1) \cdot (x^3 - x - 2) =$
- b) $(5x - 9)^2 - (11x + 1)(1 - 11x) =$
- c) $4 \cdot (3x + 2) \cdot (x + 1) + 4 =$
- d) $(2 + 5x)(5x - 2) - 3x(4x - 3)(5x + 3) =$
- e) $2 - (4x + 3)^2 - (2x + 1)(1 - 2x) =$
- f) $2\left(\frac{a}{4} + \frac{2}{3}\right)^2 - 3\left(\frac{a}{2} - 1\right)\left(\frac{5}{4} - \frac{a}{3}\right) =$

3^e série

- a) $(a^2 - 3a + 1)^2 =$
- b) $(2b^2 + 5a)(5a - 2b^2)(25a^2 + 4b^4) =$
- c) $(x^4 + 7)(7 - x^4) =$
- d) $-(a^2 - 2b) \cdot (a^2 - 3b)^2 =$
- e) $3x^2(x + 2)^2 - 5 \cdot (x^3 - 1)^2 =$
- f) $-\frac{5x}{9}\left(\frac{1}{2x} - \frac{6x}{5}\right)^2 =$

4^e série

- a) $(2x - 3)(x^2 - 3x - 1) - (2x + 5)^2 - 2(2x - 1)(2x + 1) =$
- b) $(2x + y + 1)(2x + y - 1) =$
- c) $(2y + 1)(3y + 1)(2y - 1)(1 + 3y) =$
- d) $(a + 4 - 2b)(a - 2b - 4) =$
- e) $\left(\frac{x}{3} - \frac{y}{2}\right)\left(-\frac{x}{3} + \frac{y}{2}\right) + \left(-\frac{x}{3} + \frac{y}{2}\right)^2 =$
- f) $(x^3 - 1)^2(x^3 + 1)^2 =$

5^e série

a) $(x+5)^3 =$

b) $(2x-1)^3 =$

c) $(a+3b)^3 =$

d) $\left(4x + \frac{3}{2}\right)^3 =$

e) $\left(\frac{x}{2} - \frac{2}{x}\right)^3 =$

f) $\left(\frac{x}{2} - 1\right)^3 \left(1 + \frac{x}{2}\right)^3 =$

6^e série

a) $\left(1 - \frac{7x}{3}\right)^3 =$

b) $(2x+3)^3 (3-2x)^3 =$

c) $\left(\frac{9}{x} + \frac{x^2}{3}\right)^3 =$

d) $\left(x^7 - \frac{5}{6}\right)^3 =$

e) $\left(2a^5 + \frac{1}{b^2}\right)^3 =$

f) $(0,2x^4 - 5)^3 =$

- 2) **Factorisez** autant que possible (méthodes : mise en évidence, différence de deux carrés, trinôme carré parfait, pour les sommes que vous ne pouvez pas factoriser, expliquez pourquoi !):

1^{re} série

a) $25x^2 - 70x + 49 =$

b) $162x^5 - 36x^3 + 2x =$

c) $\frac{x^2}{4} - 3x + 9 =$

d) $x^6 - \frac{1}{2}x^3 + \frac{1}{16} =$

e) $25x^2 + 80x + 81 =$

f) $\frac{x^2}{25} + \frac{x}{15} + \frac{1}{36} =$

2^e série

a) $4x^2 + 12x - 9 =$

b) $605x^3 - 330x^4 + 45x^5 =$

c) $(7x-3)x^2 + 10x(7x-3) - 25(3-7x) =$

d) $9y^2 + 6y + 4 =$

e) $2x^9 - 98x^3 =$

f) $2x^9 + 98x^3 =$

3^e série

a) $x^4 - 18x^2 + 81 =$

b) $9y^4 + 25 =$

c) $-9a^2 + 12 - \frac{4}{a^2} =$

d) $x^2 + 121 - 22x =$

e) $2x^2 + 98 - 28x =$

f) $192x^2y^3 - 336x^3y^2 + 147x^4y =$

4^e série

a) $-\frac{x^2}{4} - \frac{3x}{5} - \frac{9}{25} =$

d) $4(x-3)^2 + 20(x-3) + 25 =$

b) $\frac{x^4}{16} + 9 - \frac{5x^2}{2} =$

e) $(5x^2 - 6x)^2 - (4x^2 - 6x + 4)^2 =$

c) $(11+y)^2 - (5-2y)^2 =$

f) $\left(\frac{5}{2}x^2 + x + 5\right)^2 - \left(\frac{3}{2}x^2 - 5x - 4\right)^2 =$

5^e série

a) $x^4 - 18x^2 + 81 =$

e) $2 - y^4 - \frac{1}{y^4} =$

b) $-256x^8 + 32x^4 - 1 =$

c) $3x^5 - 48x =$

f) $(x^2 - 1)^2 - 6(x^2 - 1) + 9 =$

d) $150a^5b^3 - 180a^3b^4 + 54ab^5 =$

6^e série

a) $25a^2 - 20ab^2 + 4b^4 =$

e) $72x^4 - 54x^7 - 24x =$

b) $80x - 2x^2 - 800 =$

f) $\left(\frac{5}{2}x^2 - 5x + 12\right)^2 - \left(\frac{3}{2}x^2 + 5x - 13\right)^2 =$

c) $405x^3 - 360x^5 + 80x^7 =$

d) $(x^2 - 6x + 10)^2 - 1 =$

7^e série

a) $3x^2y^4 - 12x^3y^3 =$

d) $81a^4 + 16 - 72a^2 =$

b) $\frac{5}{16}x^7 - 405x^3 =$

e) $(10x^2 - 14x + 24)^2 - (6x^2 + 14x - 25)^2 =$

c) $2(x+y) - (3x+3y)a =$

f) $50x^2 - 625 - x^4 =$

8^e série

a) $1 - a^4 =$

d) $\frac{x^2}{16} - \frac{3xy}{2} + 9y^2 =$

b) $4x^4 + x^2y + \frac{y^2}{16} =$

e) $-16ab^5 + 81a^5b =$

c) $16(3x-1)^2 - 25(x+2)^2 =$

f) $(x-y)(x-3y) - (3x-y)(x-y) =$

9^e série

a) $9a^2 - 84a + 196 =$

b) $\frac{5x^3}{4} - 35x^2 + 245x =$

c) $(x^2 - 10)^2 - 36 =$

d) $(3y - 2)(2y - 1) - (2y - 1)^2 =$

e) $8x^2 - 40xy + 50y^2 =$

f) $16a^4 - 81 =$

10^e série

a) $25x^2 - 30x + 9 =$

b) $-72a^4b - 48a^3b^2 - 8a^2b^3 =$

c) $4y^2 - \frac{81}{49} =$

d) $(4x + 7)^2 - 9 =$

e) $36 - (5x + 2)^2 =$

f) $(p + 3)(p - 2) + (2 - p)^2(3p + 1) =$

11^e série

a) $6x \cdot (2x + 1)^2 - (2x + 1) =$

b) $27x^3 - 18x^2 + 3x =$

c) $2y^5 - 32y =$

d) $x^6 - x^3 + \frac{1}{4} =$

e) $4x(x + 2) - (x + 2)^2 =$

f) $(a - b)^2 - 9a^2b^2 =$

3) Factorisez les expressions suivantes en utilisant la méthode *du groupement de termes* :

1^{re} série

a) $3a + 6b - 2bx - ax$

b) $2x - 2a + 4 - ax$

c) $a^2 - a - 2ab + 2b$

d) $-36ax + 30x^2 + 5x - 6a$

e) $a^2 - b^2 - a - b$

f) $4a^2 - 4a - b^2 + 2b$

g) $x^3 - x^2 - x + 1$

2^e série

a) $3x + ax - 3 - 3y - a - ay$

b) $a^2 - 2a - ab - 2x + ax - bx$

c) $x^2 - 2xy - 16 + y^2$

d) $1 - a^2 - b^2 + 2ab$

e) $a^2 + b^2 - c^2 - d^2 - 2ab + 2cd$

f) $x^2 - 9 - (3 - x)(x - 2) + x^3 - 3x^2$

g) $4a^2 + 4a^2x - 1 + 4ax + x$

h) $25a^2 - 400 + 160x - 10a^2x - 16x^2 + a^2x^2$

- 4) Factorisez autant que possible (méthodes : mise en évidence, différence de deux carrés, trinôme carré parfait **et par groupement**) :

1^{re} série

a) $5x^3 + x^2 - 20x - 4 =$

b) $x^4 - 81 =$

c) $1 - x^2 - 2ax - a^2 =$

d) $28x^3 - \frac{63x}{25} =$

e) $2b^2 - 2bc - bz + cz =$

f) $75x^3 - 210x^2 + 147x =$

2^e série

a) $-25x^4 + 5x - \frac{1}{4x^2} =$

b) $4a^2 + 28a - 9b^2 + 49 =$

c) $\frac{x^4}{16} + \frac{81}{x^4} - \frac{9}{2} =$

d) $a^2 - 1 - 3(1-a)(a+2) - (a-1)^2 =$

e) $(29 - 4x^2)^2 - 8(29 - 4x^2) + 16 =$

f) $x^4 + 2x - 3x^3 - 6 =$

3^e série

a) $2ab + 6a + bc + 3c =$

b) $9 - a^2 + 10ab - 25b^2 =$

c) $x^6 - x^4 - 9x^2 + 9 =$

d) $x^2 - 4 + 2(x+2)^2 =$

e) $(2x+3) \cdot (x-5) + 4x^2 + 12x + 9 =$

f) $(y^2 + y - 5)(y - 4) + 8y - y^2 - 16 =$

4^e série

a) $x^3 - x + 5x - 5 =$

b) $(5x^2 + 21x + 12)^2 - (4x^2 + 21x + 37)^2 =$

c) $a^2 - (a+3)(2a-1) - 9 =$

d) $x^4 - 8x^2 + 16$

e) $x^4 - x^2y^2 + 9y^2 - 9x^2 =$

f) $\left(5x^2 - 5x + \frac{21}{2}\right)^2 - \left(4x^2 + 5x - \frac{29}{2}\right)^2$

5^e série

a) $x^4 - 4x^2 - 1 - 4x =$

b) $36x^2 + 25y^2 - z^2 - 60xy =$

c) $(2x-5)^2(x+3) - (5-2x)(7x^2-x-1) =$

d) $4x^6 - 9x^4 + 6x^2 - 1 =$

e) $x^2 - 4x + 4 + 2yz - z^2 - y^2 =$

f) $x^2 - (x+4)(x^2+x-5) - 16 =$

SOLUTIONS**Exercice 1****1^{re} série**

a) $-5x^2 + 30x - 26$

b) $8x^2 - 6x + 5$

c) $-4x - 17$

d) $x^2 - \frac{409}{60}x + 1$

e) $-x^2 - 18x + 36$

f) $21x^2 + 67x - 29$

2^e série

a) $2x^5 + 3x^4 - 3x^3 - 7x^2 - 5x + 2$

b) $146x^2 - 90x + 80$

c) $12x^2 + 20x + 12$

d) $-60x^3 + 34x^2 + 27x - 4$

e) $-12x^2 - 24x - 8$

f) $\frac{5}{8}a^2 - \frac{53}{24}a + \frac{167}{36}$

3^e série

a) $a^4 - 6a^3 + 11a^2 - 6a + 1$

b) $625a^4 - 16b^8$

c) $49 - x^8$

d) $-a^6 + 8a^4b - 21a^2b^2 + 18b^3$

e) $-5x^6 + 3x^4 + 22x^3 + 12x^2 - 5$

f) $-\frac{4}{5}x^3 + \frac{2}{3}x - \frac{5}{36x}$

4^e série

a) $2x^3 - 21x^2 - 13x - 20$

b) $4x^2 + 4xy + y^2 - 1$

c) $36y^4 + 24y^3 - 5y^2 - 6y - 1$

d) $a^2 - 4ab + 4b^2 - 16$

e) 0

f) $x^{12} - 2x^6 + 1$

5^e série

a) $x^3 + 15x^2 + 75x + 125$

b) $8x^3 - 12x^2 + 6x - 1$

c) $a^3 + 9a^2b + 27ab^2 + 27b^3$

d) $64x^3 + 72x^2 + 27x + \frac{27}{8}$

e) $\frac{x^3}{8} - \frac{3}{2}x + \frac{6}{x} - \frac{8}{x^3}$

f) $\frac{x^6}{64} - \frac{3}{16}x^4 + \frac{3}{4}x^2 - 1$

6^e série

a) $1 - 7x + \frac{49x^2}{3} - \frac{343x^3}{27}$

b) $-64x^6 + 432x^4 - 972x^2 + 729$

c) $\frac{729}{x^3} + 81 + 3x^3 + \frac{x^6}{27}$

d) $x^{21} - \frac{5}{2}x^{14} + \frac{25}{12}x^7 - \frac{125}{216}$

e) $8a^{15} + 12\frac{a^{10}}{b^2} + 6\frac{a^5}{b^4} + \frac{1}{b^6}$

f) $0,008x^{12} - 0,6x^8 + 15x^4 - 125$

Exercice 2**1^{re} série**

a) $(5x - 7)^2$

b) $2x(3x - 1)^2(3x + 1)^2$

c) $\left(\frac{x}{2} - 3\right)^2$

d) $\left(x^3 - \frac{1}{4}\right)^2$

e) $25x^2 + 80x + 81 \neq$ trinôme carré parfait car $80x \neq 2 \cdot 5x \cdot 9$

f) $\left(\frac{x}{5} + \frac{1}{6}\right)^2$

2^e série $4x^2 + 12x - 9 \neq$ trinôme

a) carré parfait car 9 est précédé d'un " – "

b) $5x^3(3x-11)^2$

c) $(7x-3)(x+5)^2$

 $9y^2 + 6y + 4 \neq$ trinômed) carré parfait car $6y \neq 2 \cdot 3y \cdot 2$

e) $2x^3(x^3-7)(x^3+7)$

f) $2x^3(x^6+49)$

3^e série $9y^4 + 25$ n'est pas

a) $(x-3)^2(x+3)^2$

b) factorisable car c'est une somme de deux carrés

c) $-\left(3a - \frac{2}{a}\right)^2$

d) $(x-11)^2$

e) $2(x-7)^2$

f) $3x^2y(7x-8y)^2$

4^e série \neq trinôme carré parfait car

a) $-\left(\frac{x}{2} + \frac{3}{5}\right)^2$

b) $\frac{5x^2}{2} \neq 2 \cdot \frac{x^2}{4} \cdot 3$

c) $3(y+2)(16-y)$

d) $(2x-1)^2$

e) $(x-2)(x+2)(3x-2)^2$

f) $(2x-1)^2(x+3)^2$

5^e série

a) $(x-3)^2(x+3)^2$

b) $-(2x-1)^2(2x+1)^2(4x^2+1)^2$

c) $3x(x-2)(x+2)(x^2+4)$

d) $6ab^3(5a^2-3b)^2$

e) $-\left(y - \frac{1}{y}\right)^2 \left(y + \frac{1}{y}\right)^2$

f) $(x-2)^2(x+2)^2$

6^e série

a) $(5a-2b^2)^2$

b) $-2(x-20)^2$

c) $5x^3(2x-3)^2(2x+3)^2$

d) $(x-3)^2(x^2-6x+11)$

e) $-6x(3x^3-2)^2$

f) $(2x-1)(2x+1)(x-5)^2$

7^e série

a) $3x^2y^3(y-4x)$

b) $5x^3\left(\frac{x}{2}-3\right)\left(\frac{x}{2}+3\right)\left(\frac{x^2}{4}+9\right)$

c) $(x+y)(2-3a)$

d) $(3a-2)^2(3a+2)^2$

e) $(4x-1)(4x+1)(2x-7)^2$

f) $-(x-5)^2(x+5)^2$

8^e série

a) $(1-a)(1+a)(1+a^2)$ b) $\left(2x^2 + \frac{y}{4}\right)^2$ c) $7(x-2)(17x+6)$

d) $\left(\frac{x}{4} - 3y\right)^2$ e) $ab(3a-2b)(3a+2b)(9a^2+4b^2)$ f) $-2(x-y)(x+y)$

9^e série

a) $(3a-14)^2$ b) $5x\left(\frac{x}{2} - 7\right)^2$ c) $(x-4)(x+4)(x-2)(x+2)$

d) $(2y-1)(y-1)$ e) $2(2x-5y)^2$ f) $(2a-3)(2a+3)(4a^2+9)$

10^e série

a) $(5x-3)^2$ b) $-8a^2b(3a+b)^2$ c) $\left(2y - \frac{9}{7}\right)\left(2y + \frac{9}{7}\right)$

d) $8(x+1)(2x+5)$ e) $(4-5x)(5x+8)$ f) $(p-2)(3p^2-4p+1)$

11^e série

a) $(2x+1)(12x^2+6x-1)$ b) $3x(3x-1)^2$ c) $2y(y^2+4)(y+2)(y-2)$

d) $\left(x^3 - \frac{1}{2}\right)^2$ e) $(x+2)(3x-2)$ f) $(a-b-3ab)(a-b+3ab)$

Exercice 31^{re} série

a) $(3-x)(a+2b)$ b) $(a-2)(x+2)$ c) $(a-1)(a-2b)$

d) $(5x-6a)(6x+1)$ e) $(a+b)(a-b-1)$ f) $(2a-b)(2a+b-2)$

g) $(x+1)(x-1)^2$

2^e série

a) $(a+3)(x-y-1)$ b) $(a+x)(a-b-2)$ c) $(x-y-4)(x-y+4)$

d) $(1-a+b)(1+a-b)$ e) $(a-b+c-d)(a-b-c+d)$ f) $(x-3)(x+1)^2$

h) $(2a+1)(2a-1+x+2ax)$ i) $(a-4)(a+4)(x-5)^2$

Exercice 41^{re} série

a) $(x-2)(x+2)(5x+1)$ b) $(x-3)(x+3)(x^2+9)$ c) $(1-x-a)(1+x+a)$

d) $7x\left(2x-\frac{3}{5}\right)\left(2x+\frac{3}{5}\right)$ e) $(b-c)(2b-z)$ f) $3x(5x-7)^2$

2^e série

a) $-\left(5x^2-\frac{1}{2x}\right)^2$ b) $(2a-3b+7)(2a+3b+7)$ c) $\left(\frac{x}{2}-\frac{3}{x}\right)^2\left(\frac{x}{2}+\frac{3}{x}\right)^2$

d) $(3a+8)(a-1)$ e) $(5-2x)^2(5+2x)^2$ f) $(x^3+2)(x-3)$

3^e série

a) $(2a+c)(b+3)$ b) $(a-5b+3)(-a+5b+3)$ c) $(x-1)(x+1)(x^2+3)(x^2-3)$

d) $(x+2)(3x+2)$ e) $(2x+3)(3x-2)$ f) $(y-4)(y+1)(y-1)$

4^e série

a) $(x-1)(x^2+x+5)$ b) $(x-5)(x+5)(3x+7)^2$ c) $(a+3)(-a-2)$

d) $(x-2)^2(x+2)^2$ e) $(x-y)(x+y)(x-3)(x+3)$ f) $(3x-2)(3x+2)(x-5)^2$

5^e série

a) $(x^2-2x-1)(x+1)^2$ b) $(6x-5y-z)(6x-5y+z)$ c) $(2x-5)(3x+4)(3x-4)$

d) $(2x^3-3x^2+1)(2x^3+3x^2-1)$ e) $(x-y+z-2)(x+y-z-2)$ f) $(x+4)(1-x)(1+x)$

B) Calculs sur les fractions rationnelles5) **Simplifiez** les fractions suivantes (sans conditions d'existence) :1^{re} série

a) $\frac{7x-7y}{3x-3y} =$

d) $\frac{5a^2-45}{a^2+3a} =$

b) $\frac{3x^2-xy}{6xy-2y^2} =$

e) $\frac{42x^3y^2}{-6xy^2} =$

c) $\frac{2a^2b-4ab^2}{-3ab+6b^2} =$

f) $\frac{(2x^2)^3y^9}{4(y^3x)^2} =$

2^e série

a) $\frac{-15a^2(b-1)c}{12a(b+1)c^2} =$

d) $\frac{x^3-2x^2-x+2}{2 \cdot (3x-3) \cdot (x+1)} =$

b) $\frac{x^2-4}{x^2-4x+4} =$

e) $\frac{x^2-x}{x^2-1} =$

c) $\frac{4x^2-28x+49}{-2x+7} =$

f) $\frac{(a-b)^2(2a+2b)}{a^4-b^4} =$

6) Calculez les **produits** et les **quotients** suivants (factorisez numérateurs et dénominateurs puis simplifiez autant que possible !) :1^{re} série

a) $\frac{\frac{2}{x}}{\frac{6}{x}} =$

e) $-\frac{\frac{6}{x}}{2x} =$

b) $\frac{a^2-9}{4} \cdot \frac{2a}{3-a} =$

f) $\frac{2-x}{x^4-16} \cdot \frac{3x^3+12x}{21x^2} =$

c) $\frac{5x-1}{x+1} \cdot \frac{x^2-1}{25x^2-10x+1} =$

g) $\frac{14x^2}{\frac{42x}{5}} =$

d) $\frac{\frac{1}{x}}{\frac{\frac{2}{x^2}}{y^2}} =$

h) $\frac{5}{a} : \frac{3}{a^2} \cdot 2a^4 =$

2^e série

a)
$$\frac{28}{(a+b)^2} \cdot \frac{3a+3b}{56} =$$

b)
$$\frac{8x^4}{2x^3-18x} \cdot \frac{x^2+9+6x}{5x^3+15x^2} =$$

c)
$$\frac{9-6a+a^2}{7a+21} : \frac{a^2-9}{a^2+9+6a} =$$

d)
$$2 \cdot \frac{x-3}{x^2-6x+9} \cdot \frac{(x+3)^2}{x^2-9} =$$

e)
$$\frac{3a-3}{1-9a^2} : \frac{a^2-1}{(3a-1)(2a+2)} =$$

f)
$$\frac{x^4-256}{60x-15x^2} \cdot \frac{6x^4+96x^2-48x^3}{x^4+256+32x^2} =$$

3^e série

a)
$$\frac{x^2-9}{x+2} \cdot \frac{2x+4}{x^2-6x+9} =$$

b)
$$\frac{98x^2-8x^4}{12x^3+147x-84x^2} =$$

c)
$$\frac{2a+3}{b-2a} : \frac{4a^2-9}{2a-b} =$$

d)
$$\frac{20x-25}{3b-4} : \frac{4a^2x-5a^2}{9b^2-16} =$$

e)
$$\frac{9-x^2}{10x-35x^2} : \frac{x^2-6x+9}{49x^2-28x+4} =$$

f)
$$\frac{18x^3yz}{3x^5} =$$

$$\frac{\quad}{2y^2z}$$

4^e série

a)
$$\frac{a^4-b^4}{(a-b)^3} \cdot \frac{a^2-2ab+b^2}{a^2+b^2} =$$

b)
$$\frac{(5x+1)^2-(7-3x)^2}{3x^3-48x} \cdot \frac{18x^5}{9-24x+16x^2} =$$

c)
$$\frac{25x^2-4}{5x} : \frac{25x^2-20x+4}{10x-4} =$$

d)
$$\frac{x^2+6x+9}{4x^2-1} \cdot \frac{4x+2}{x^2-9} \cdot \frac{20x^2-20x+5}{10-20x} =$$

e)
$$\frac{16-y^4}{y^4+8y^2+16} : \frac{3y^2-12y+12}{12-6y} =$$

f)
$$\frac{2a+1}{4a+1} \cdot \frac{16a^2-1}{4a^2-1} \cdot \frac{4a-2}{4} =$$

- 7) Calculez les **sommes** suivantes (si nécessaire, factorisez d'abord numérateurs et dénominateurs pour trouver un dénominateur commun aussi simple que possible et donnez le résultat sous forme de fraction simplifiée) :

1^{re} série

a) $\frac{3a}{2} + a - \frac{3a}{4} =$

b) $\frac{x-1}{6} - \frac{x-3}{9} =$

c) $\frac{2x}{a} - \frac{5x}{2a} + 5 =$

d) $\frac{a+b}{a} - \frac{a-2b}{2a} - \frac{3b}{8a} =$

e) $\frac{x}{y} + \frac{y}{x} - 2 =$

f) $\frac{2}{a-1} + \frac{1}{a+1} - \frac{3a}{a^2-1} =$

2^e série

a) $-\frac{x}{y} + \frac{3a}{3y} - \frac{2}{3} =$

b) $5 - \frac{7x-3}{2x+9} =$

c) $\frac{11x+3}{x-5} - \frac{9x+13}{x-5} =$

d) $\frac{4x-8}{x^2-4} - \frac{x^2}{x+2} =$

e) $\frac{7}{25-x^2} - \frac{3}{x^2+25-10x} =$

f) $\frac{2x^2+2x}{10x^2-15x} - \frac{2x-3}{9-12x+4x^2} =$

3^e série

a) $x+2 - \frac{x^2-2x+4}{x+2} =$

b) $\frac{a+8}{a-1} + \frac{a+4}{a+1} - \frac{8a+2}{a^2-1} =$

c) $\frac{x}{1-2x} - \frac{x}{1+2x} + \frac{8x^2}{4x^2-1} =$

d) $\frac{1-2x}{3} - \frac{3x+2}{2} - \frac{2-x}{6} =$

e) $\frac{a}{2(a+b)} + \frac{2a^2}{3a^2-3b^2} - \frac{3b}{4a-4b} =$

f) $\frac{a^2+ab}{a^2-ab} - \frac{a^2b+2ab^2+ab^3}{a^2b-b^3} =$

4^e série

a) $\frac{5}{x+3} - \frac{1}{3x} =$

b) $\frac{2}{5-x} + \frac{9}{3x+15} + \frac{20}{x^2-25} =$

c) $3 \cdot \frac{\frac{a}{2}}{a^2} - \frac{1}{\frac{4}{a+1}} =$

d) $\frac{4c+6}{9-4c^2} - \frac{1-4c}{4c^2-12c+9} =$

e) $\frac{x+1}{2x^3-4x^2} + \frac{x-1}{2x^3+4x^2} - \frac{1}{x^2-4} =$

f) $1 + \frac{2}{x+1} + \frac{4}{x^2-1} =$

5^e série

a) $\frac{a}{2x} - \frac{2}{3x} + 1 =$

d) $\frac{y}{x^2 + xy} - \frac{y}{x^2 - y^2} =$

b) $\frac{3y}{4x - 12y} - \frac{x}{x + 3y} + \frac{6xy}{x^2 - 9y^2} =$

e) $\frac{x+1}{x-1} - \frac{x+2}{x+1} =$

c) $\frac{8x-1}{3x+7} - \frac{5}{11-x} =$

f) $\frac{a+8}{a-1} + \frac{a+4}{a+1} - \frac{8a+2}{a^2-1} =$

8) Calculez (résultats sous forme **simplifiée**) :1^{re} série

a) $\left(\frac{a^3 - b^3}{a - b} - \frac{a^3 + b^3}{a + b} \right) : \frac{4ab}{a^2 - b^2} =$

d) $\frac{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}}{\frac{1}{x^2} - \frac{1}{y^2}} =$

b) $\frac{\frac{a+1}{b}}{a} + \frac{a+2}{a} \cdot \frac{1}{b} =$

e) $\left(\frac{1}{a+1} + \frac{1}{a-1} \right) \cdot \frac{1-a^2}{2a} =$

c) $\frac{1}{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}} =$

f) $\left(\frac{1+x}{1-x} - \frac{1-x}{1+x} \right) \left(\frac{3}{4x} + \frac{x}{4} - x \right) =$

2^e série

a) $(x+2) \left(1 + \frac{6}{x-3} \right) \left(1 - \frac{5}{x+2} \right) =$

d) $\left(2 + \frac{1}{x} \right) \cdot \left(1 - \frac{1}{2x+1} \right) =$

b) $\frac{\frac{2a-2b}{ab^2}}{\frac{1}{b} - \frac{2}{a} + \frac{b}{a^2}} =$

e) $\frac{1 + \frac{x-a}{x+a}}{\frac{x+a}{x-a} - 1} =$

c) $\frac{\frac{1}{a^2} - \frac{1}{x^2}}{\frac{1}{x} - \frac{1}{a}} =$

f) $\left(\frac{y+5}{y-5} \right)^2 - \left(\frac{y-5}{y+5} \right)^2 =$

SOLUTIONS**Exercice 5****1^{re} série**

$$\text{a) } \frac{7}{3} \quad \text{b) } \frac{x}{2y} \quad \text{c) } -\frac{2a}{3} \quad \text{d) } \frac{xy^3}{2} \quad \text{e) } \frac{5(a-3)}{a} \quad \text{f) } -7x^2$$

$$\text{g) } 2x^4y^3 \quad \text{h) } \frac{10a^5}{3}$$

2^e série

$$\text{a) } -\frac{5a(b-1)}{4(b+1)c} \quad \text{b) } \frac{x+2}{x-2} \quad \text{c) } 7-2x \quad \text{d) } \frac{x-2}{6} \quad \text{e) } \frac{x}{x+1} \quad \text{f) } \frac{2(a-b)}{a^2+b^2}$$

Exercice 6**1^{re} série**

$$\text{a) } \frac{1}{3} \quad \text{b) } -\frac{a(a+3)}{2} \quad \text{c) } \frac{x-1}{5x-1} \quad \text{d) } -\frac{3}{x^2} \quad \text{e) } -\frac{1}{7x(x+2)} \quad \text{f) } \frac{5x}{3}$$

2^e série

$$\text{a) } \frac{3}{2(a+b)} \quad \text{b) } \frac{4x}{x-3} \quad \text{c) } \frac{a-3}{7} \quad \text{d) } \frac{2(x+3)}{(x-3)^2} \quad \text{e) } -\frac{6}{3a+1} \quad \text{f) } -\frac{2(x+4)(x-4)^2}{5(x^2+16)}$$

3^e série

$$\text{a) } \frac{2(x+3)}{x-3} \quad \text{b) } \frac{2x(2x+7)}{3(7-2x)} \quad \text{c) } \frac{1}{3-2a} \quad \text{d) } \frac{5(3b+4)}{a^2} \quad \text{e) } \frac{(x+3)(7x-2)^2}{5x(x-3)} \quad \text{f) } -\frac{12y^3z^2}{x^2}$$

4^e série

$$\text{a) } a+b \quad \text{b) } \frac{24x^4}{(x-4)(4x-3)} \quad \text{c) } \frac{2(5x+2)}{5x} \quad \text{d) } -\frac{x+3}{x-3} \quad \text{e) } \frac{2(y+2)}{y^2+4} \quad \text{f) } \frac{4a-1}{2}$$

Exercice 71^{re} série

$$\text{a) } \frac{7a}{4} \quad \text{b) } \frac{x+3}{18} \quad \text{c) } \frac{10a-x}{2a} \quad \text{d) } \frac{4a+13b}{8a} \quad \text{e) } \frac{(x-y)^2}{xy} \quad \text{f) } \frac{1}{a^2-1}$$

2^e série

$$\text{a) } \frac{3a-3x-2y}{3y} \quad \text{b) } \frac{3x+48}{2x+9} \quad \text{c) } 2 \quad \text{d) } 2-x \quad \text{e) } \frac{10(2-x)}{(5-x)^2(x5)} \quad \text{f) } \frac{1}{5}$$

3^e série

$$\text{a) } \frac{6x}{x+2} \quad \text{b) } \frac{2(a+1)}{a-1} \quad \text{c) } \frac{4x^2}{4x^2-1} \quad \text{d) } -2x-1 \quad \text{e) } \frac{14a^2-15ab-9b^2}{12(a+b)(a-b)} \quad \text{f) } \frac{b^2(1-a)}{(a+b)(a-b)}$$

4^e série

$$\text{a) } \frac{14x-3}{3x(x+3)} \quad \text{b) } \frac{1}{x+5} \quad \text{c) } \frac{-a^2-a+6}{4a} \quad \text{d) } \frac{5}{(3-2c)^2} \quad \text{e) } \frac{2}{x^2(x^2-4)} \quad \text{f) } \frac{x+1}{x-1}$$

5^e série

$$\text{a) } \frac{3a+6x-4}{6x} \quad \text{b) } \frac{9y^2-4x^2+39xy}{4(x+3y)(x-3y)} \quad \text{c) } \frac{-8x^2+74x-46}{(3x+7)(11-x)}$$

$$\text{d) } \frac{-y^2}{x(x+y)(x-y)} \quad \text{e) } \frac{x+3}{(x+1)(x-1)} \quad \text{f) } \frac{2(a+1)}{a-1}$$

Exercice 81^{re} série

$$\text{a) } \frac{a^2-b^2}{2} \quad \text{b) } \frac{2a+3}{ab} \quad \text{c) } \frac{xy}{x+y} \quad \text{d) } \frac{xy}{y-x} \quad \text{e) } -1 \quad \text{f) } 3$$

2^e série

$$\text{a) } x+3 \quad \text{b) } \frac{2a}{b(a-b)} \quad \text{c) } -\frac{a+x}{ax} \quad \text{d) } 2 \quad \text{e) } \frac{x(x-a)}{a(x+a)} \quad \text{f) } \frac{40y(y^2+25)}{(y-5)^2(y+5)^2}$$

C) Problèmes

9) Montrez comment on peut faire mentalement (donc de la manière la plus simple possible) les calculs suivants :

a) $59^2 =$

f) 101^3

b) $98 \cdot 102 =$

g) 99^3

c) $3,75^2 + 2 \cdot 3,75 \cdot 1,25 + 1,25^2 =$

h) 22^3

d) $\frac{8}{5} \cdot 12,2 - 6,8 \cdot \frac{8}{5} + 14,6 \cdot \frac{8}{5} =$

i) $49^3 + 49^2$

e) $105^2 =$

j) $36^2 - 35^2 - 34^2 + 33^2$

10) Calculez $A = (x+1)^3 - (x-1)^3$ et déduisez-en : $1001^3 - 999^3$.

11) Calculez et factorisez $E = (x-1)^2 + 4x$. Déduisez-en que : $1999^2 + 8000 = (\dots)^2$.

12) a) Montrez que : $x^5 - 1 = (x-1)(x^4 + x^3 + x^2 + x + 1)$.

b) Calculez de deux façons : $1 + 3 + 3^2 + 3^3 + 3^4$.

13) Soit x un réel non nul et $A = \frac{1}{x}$, $B = x+1$ et $C = x^2$. Calculez en fonction de x et simplifiez le résultat autant que possible. Calculez ensuite chaque expression pour $x = -\frac{1}{2}$

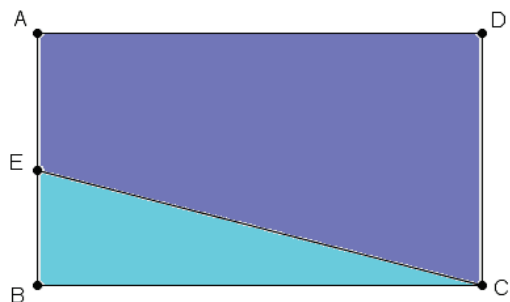
a) $\frac{1}{A} + \frac{1}{B} + \frac{1}{C} =$

c) $B^2 - 4AC$

b) $\frac{\frac{A}{B}}{C} =$

d) $\frac{\frac{A}{C-1} + \frac{2}{B}}$

14) Sur la figure ci-contre $ABCD$ est un rectangle et $BC = x+3$, $AB = x-2$ et $AE = 3$.



Déterminez en fonction de x (sous forme effectuée et réduite) :

a) le périmètre du rectangle $ABCD$.

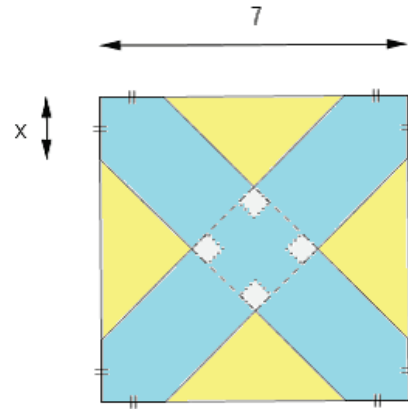
c) l'aire du triangle EBC .

b) l'aire du rectangle $ABCD$.

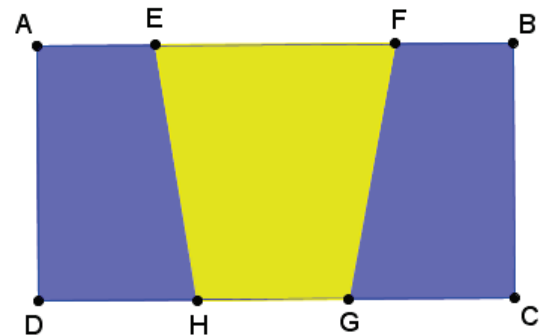
d) L'aire du trapèze $ADCE$.

15) Sur la figure ci-contre on a représenté un carré de côté 7, traversé par deux bandes perpendiculaires.

- Calculez l'aire des deux bandes en fonction de x . Expliquez votre raisonnement.
- Que devient cette aire lorsque $x = \frac{7}{2}$?
Pouvait-on prévoir ce résultat ?



16) Soit $ABCD$ un rectangle de longueur $AB = 50$ et de largeur $AD = 20$, E et F deux points de $[AB]$ et H , G deux points de $[DC]$ comme le montre la figure (non exacte !) ci-contre. De plus on donne : $AE = 6x - 4$, $FB = 4x - 6$, $DH = 2x + 3$ et $GC = 5x - 2$ où x est un nombre réel supérieur à 1,5.



- Quelle est la nature du quadrilatère $EFGH$?
- Pourquoi à votre avis faut-il prendre $x \geq 1,5$? Peut-on prendre $x = 10$? Pourquoi ?
Quelle est la plus grande valeur qu'on peut prendre pour x ?
- Exprimez EF et HG en fonction de x .
- Calculez l'aire du quadrilatère $EFGH$ en fonction de x .
- Peut-on choisir x de manière à ce que l'aire de la surface jaune soit égale à l'aire de la surface bleue ?
- Peut-on choisir x de manière à ce que $(EH) \perp (AB)$? Même question pour $(FG) \perp (AB)$.