CHAPITRE III

TRANSFORMATIONS DU PLAN

A) Définitions, propriétés, questions de compréhension

1) Définissez les termes suivants :

a) Symétrie axiale.

b) Symétrie centrale.

c) Translation.

d) Rotation.

e) Axe de symétrie d'une figure.

f) Centre de symétrie d'une figure.

g) Isométrie.

2) Quels sont les points invariants (ou fixes) :

a) d'une symétrie d'axe *d* ?

b) d'une symétrie de centre O ?

c) d'une translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$?

d) d'une rotation de centre O et d'angle α ?

Rappel : un point invariant (ou fixe) par une transformation f du plan est un point qui est égal à sa propre image par f, c'est-à-dire : f(P)=P

3) *Rappel :*

- *On dit qu'une figure est fixe par une certaine transformation si chaque point de la figure est fixe par cette transformation.*
- *On dit qu'une figure est globalement invariante par une certaine transformation si l'image de cette figure par cette transformation est égale à la figure elle-même.*

a) Quelles sont les transformations qui admettent des droites fixes ?

b) Quelles sont les transformations qui admettent des droites globalement invariantes ?

4) Donnez deux propriétés vérifiées par une symétrie centrale mais pas par une symétrie axiale !

5) Donnez quatre propriétés « de conservation » vérifiées pour toutes les transformations vues en cours !

6) Soient P, Q, R, S quatre points tel que $t_{\overrightarrow{PQ}}(R)=S$.

a) Que peut-on dire du quadrilatère $QSRP$?

b) Que peut-on dire de la translation $t_{\overrightarrow{RS}}$?

c) Complétez : $t_{\overrightarrow{RP}}(S)=\ldots$

7) Soient s_d la symétrie d'axe d, s_O la symétrie de centre O, $t_{\overrightarrow{AB}}$ la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$ avec $A \neq B$, $r_{O,\alpha}$ la rotation de centre O et d'angle α avec $0<\alpha<180°$ et a une droite d'image a' par l'une de ces transformations.

a) Examinez, pour *chacune* des ces transformations du plan, s'il est possible de choisir a pour qu'on ait $a = a'$.

b) Pour quelle(s) transformation(s) a-t-on toujours $a \parallel a'$, quelle que soit la position de a ?

c) Pour quelle(s) transformation(s) *a* et *a'* sont-elles toujours sécantes ?

d) Pour quelle(s) transformation(s) *a* et *a'* sont parfois parallèles et parfois sécantes ?

e) Examinez pour quelles transformations il est possible d'avoir $a \perp a'$.

B) Constructions

8) Construisez (on ne demande pas d'explications) sur une seule figure :

a) Un triangle $\Delta(ABC)$ tel que $BC = 6,5$ cm, $AC = 5$ cm et $AB = 3$ cm.

b) $s_{(AB)}(\Delta(ABC)) = \Delta(A_1B_1C_1)$

c) $s_C(\Delta(ABC)) = \Delta(A_2B_2C_2)$

d) $t_{\overrightarrow{AB}}(\Delta(ABC)) = \Delta(A_3B_3C_3)$

e) $r_{A,120°}(\Delta(ABC)) = \Delta(A_4B_4C_4)$

9) Soit un triangle $\Delta(LMN)$ tel que $MN = 6\,cm$, $ML = 5\,cm$ et $NL = 3,5\,cm$.

a) Figure !

b) Construisez les points $K = t_{\overrightarrow{NL}}(M)$ et $Q = s_L(K)$.

c) Que peut-on dire de *LQ* ? Justifiez votre réponse !

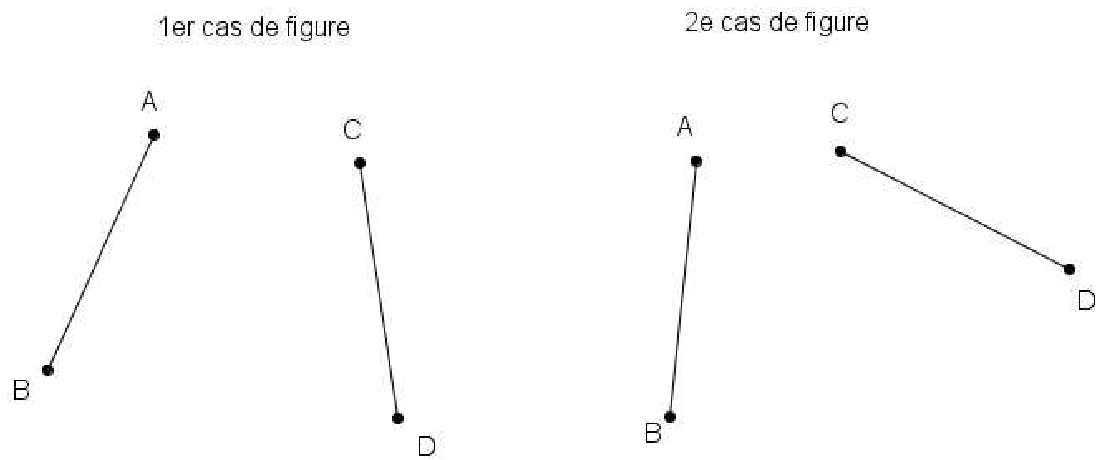
10) Construisez 4 points non alignés *A*, *B*, *C*, *D* tels que $s_{(BD)}(A) = C$ et $s_{(AC)}(B) = D$.

Expliquez votre construction ! Analysez la nature du quadrilatère *ABCD*.

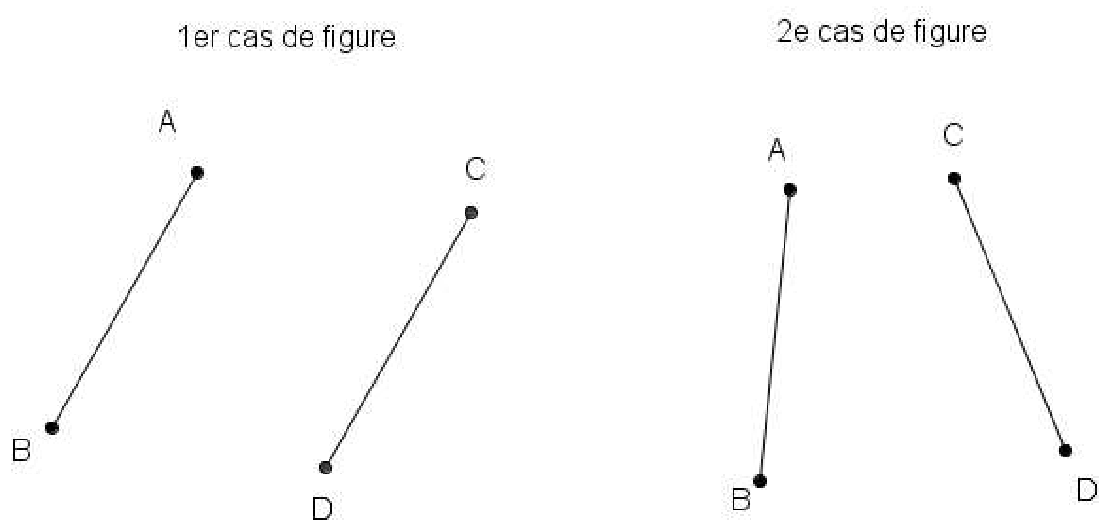
11) Construisez sur la même figure :

- un rectangle *ABCD* tel que $AB = 4\,cm$ et $BC = 2\,cm$
- $s_A(ABCD)$
- $t_{\overrightarrow{AC}}(ABCD)$.

12) Soient deux segments de même longueur $[AB]$ et $[CD]$. Construisez, si possible, une droite d telle que $[CD] = s_d([AB])$. Justifiez votre réponse !



13) Soient deux segments de même longueur $[AB]$ et $[CD]$. Construisez, si possible, un point O tel que $[CD] = s_O([AB])$. Justifiez votre réponse !



14) Soit un triangle $\Delta(ABC)$ tel que $AB = 6\,cm$, $AC = 4\,cm$ et $BC = 5\,cm$.

a) Construisez ce triangle.

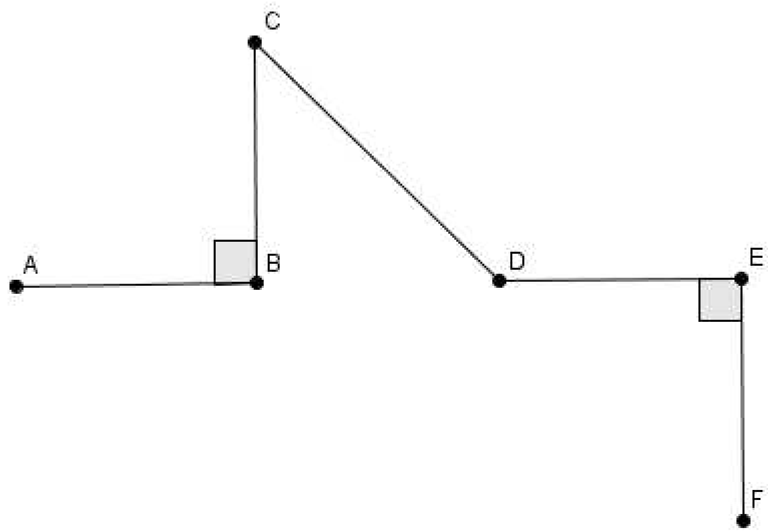
b) Construisez le symétrique D de A par rapport à B et le symétrique E de C par rapport à B.

c) Quel sont les symétriques des segments $[AC]$ et $[CD]$ par rapport à B ?

d) Quelle est la nature du quadrilatère $ACDE$? Justifiez !

e) Enoncez la propriété vérifiée par cette figure ?

15) Sur la figure suivante $AB = BC = BD = DE = EF = 3\,cm$:

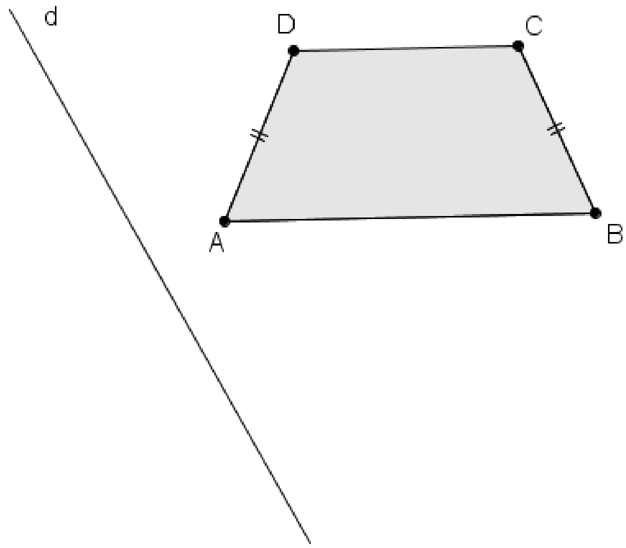


- Reconstruisez la figure sur votre feuille,
- Construisez l'image de cette figure par la symétrie axiale d'axe d sachant que $s_d(A) = A$ et $s_d(F) = F$.

16) Construisez :

- Un cercle $\mathcal{C}$ de centre O et de rayon *3 cm*.
- Deux points A et B sur $\mathcal{C}$ tel que $AB = 4\,cm$.
- L'image $\mathcal{C}_1$ de $\mathcal{C}$ par la symétrie axiale d'axe $d = (AB)$.
- L'image $\mathcal{C}_2$ de $\mathcal{C}$ par la symétrie centrale de centre A.
- L'image $\mathcal{C}_3$ de $\mathcal{C}$ par la symétrie centrale de centre B.

17) Soit $ABCD$ un trapèze isocèle (c'est-à-dire un trapèze dont les deux côtés non parallèles ont même longueur) et une droite d :



a) Construisez le symétrique de $ABCD$ par la symétrie d'axe d.

b) Expliquez pourquoi ce symétrique de $ABCD$ est encore un trapèze isocèle.

Constructions dans un repère

(exercices 18 à 21)

18) Dans un repère d'origine O et d'axes (Ox) et (Oy) on donne $A(3,2)$ et $B(-1,4)$.

a) Construisez les points suivants et donnez leurs coordonnées :

- $C = s_{(Ox)}(A)$
- $D = s_{(Oy)}(C)$
- $E = t_{\overrightarrow{OB}}(A)$
- $F = t_{\overrightarrow{OC}}(C)$
- $G = s_O(B)$

b) Soit $X(-342, 236)$. Quelles sont les coordonnées de :

- $G = t_{\overrightarrow{OB}}(X)$
- $H = s_{(Oy)}(X)$

19) Dans un repère du plan d'origine *O* on donne $A(-4;2)$, $B(3;-4)$ et $C(2;1)$.

a) Figure !

b) Construisez les points $A'=t_{\overrightarrow{OC}}(A)$ et $B'=t_{\overrightarrow{OC}}(B)$. Donnez leurs coordonnées !

c) Soient $P(-597;1304)$ et $Q(x,y)$. Quelles sont les coordonnées de leurs images *P'* et *Q'* par $t_{\overrightarrow{OC}}$?

20) Dans un repère d'origine *O* et d'axes *(Ox)* et *(Oy)* on donne $A(5,-3)$ et $B(2,5)$.

a) Construisez :

- $s_{(Ox)}([AB])=[A_1B_1]$
- $s_O([AB])=[A_2B_2]$
- $r_{O,90°}([AB])=[A_3B_3]$
- $s_{(Oy)}([AB])=[A_4B_4]$

b) Donnez les coordonnées des points A_1, B_1, A_2, B_2, A_3, B_3, A_4, B_4.

c) Soit un point quelconque $P(x,y)$, quelles sont les coordonnées de :

- $P_1=s_{(Ox)}(P)$
- $P_2=s_O(P)$
- $P_3=r_{O,90°}(P)$

21) Dans un repère orthonormé on donne les points $A(5;0)$, $B(2;3)$ *et* $C(-2;-1)$.

a) Figure !

b) Construisez *D* pour que *ABCD* soit un parallélogramme. Donnez les coordonnées de *D*.

c) Construisez $A_1B_1C_1D_1=r_{D,-90°}(ABCD)$ et donnez les coordonnées de ces points.

d) Construisez $A_2B_2C_2D_2=t_{\overrightarrow{BC}}(A_1B_1C_1D_1)$ et donnez les coordonnées de ces points.

Constructions « à la règle et au compas »

(exercices 22 à 32)

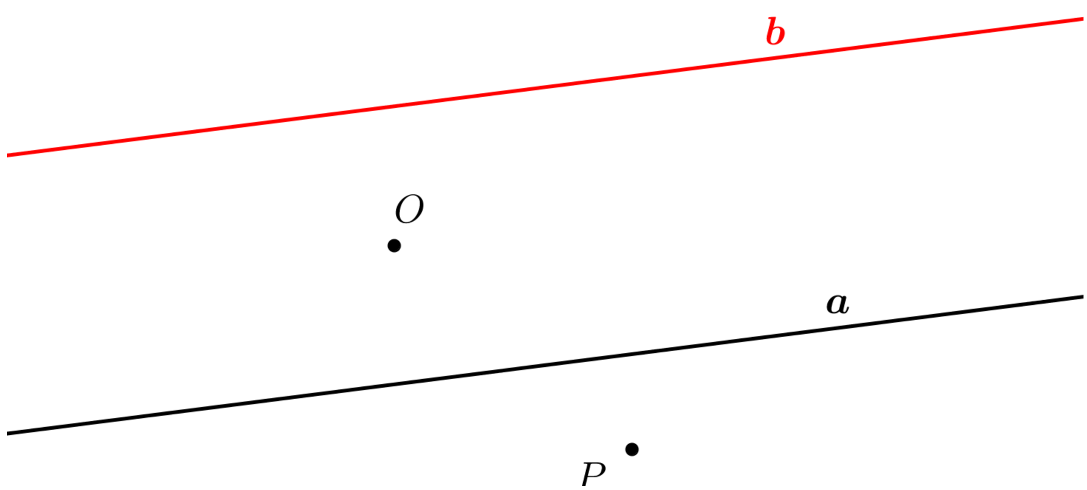
22) Soient A, B et C trois points non alignés (figure!). Expliquez comment on peut construire $C' = t_{\overrightarrow{AB}}(C)$ et $B' = t_{\overrightarrow{AB}}(B)$ en se servant uniquement d'un compas (pas de règle !).

23) Dans un repère du plan marquez les points $A(-3,-2)$, $B(5,2)$ et $C(0,-3)$, puis construisez (en décrivant votre construction) à l'aide d'une règle et d'un compas :

a) la droite d telle que $s_d(A) = B$.

b) $C' = s_d(C)$

24) Sur la figure suivante $b = s_O(a)$.



Montrez comment on peut construire $P' = s_O(P)$ en ne se servant que d'une règle pour tracer des droites (pas de compas !).

Indications : tracez deux droites d et e passant par P et sécantes à a, puis construisez leurs images par la symétrie de centre O.

25) Soient A, B et C trois points non alignés (figure !). Expliquez comment on peut construire, en ne se servant que d'un compas, $C' = t_{\overrightarrow{AB}}(C)$ et $B' = t_{\overrightarrow{AB}}(B)$.

26) Soient *A*, *B* et *C* trois points non alignés.

a) Construisez en vous servant *uniquement* d'une <u>règle non graduée et d'un compas</u> les droites *d* et *e* telles que $s_d(A) = B$ et $s_e(B) = C$. Comment appelle-t-on chacune de ces droites ?

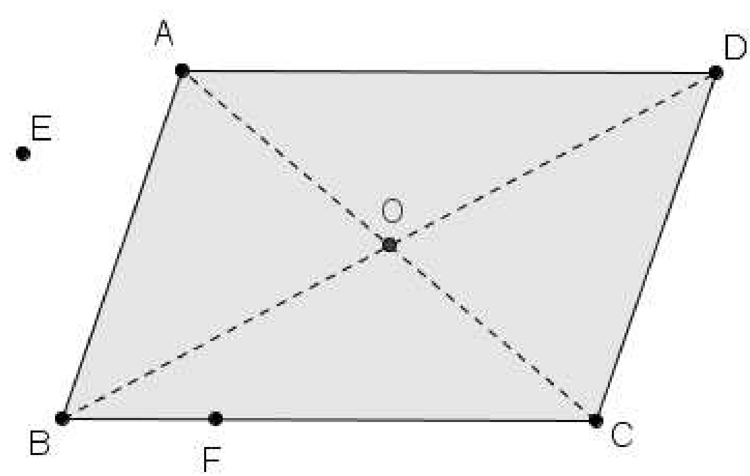
b) Marquez le point $I \in d \cap e$. Que peut-on dire du point I ? Justifiez votre réponse !

27) Dans un repère du plan on donne les points $A(0;4,5)$, $A'(4;-3,5)$, $B(4,5;4)$, $P(-1;-1)$, $Q(11;5)$ et on pose $d = (PQ)$ (figure !). On constate que $s_d(A) = A'$.

Construisez en vous servant *uniquement* d'une <u>règle non graduée</u> et en justifiant votre construction :

- L'image de la droite (AB) par la symétrie s_d.
- $B' = s_d(B)$

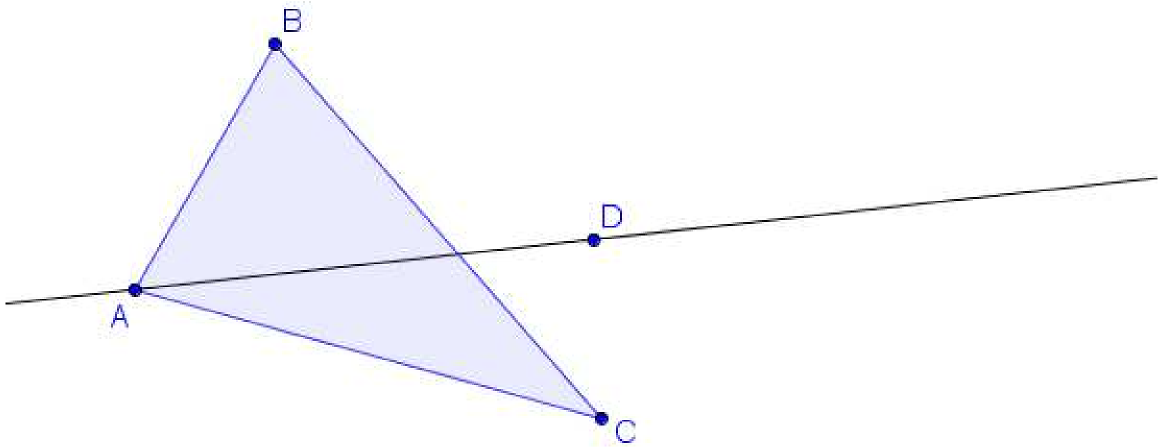
28) Soit *ABCD* un # de centre *O*, *E* un point à l'extérieur du # et $F \in [BC]$:



Construisez en vous servant *uniquement* d'une <u>règle non graduée</u> et en justifiant votre construction :

- $F' = s_O(F)$
- $d = s_O((EF))$
- $E' = s_O(E)$

29) On donne la figure suivante :



En vous servant ***uniquement d'un compas*** construisez les images de *A*, *B* et *C* par la symétrie de centre *D*. Justifiez votre construction !

30) Soit $\Delta(ABC)$ un triangle *quelconque*. En utilisant ***seulement le compas***, construisez $t_{\overrightarrow{BA}}(C) = D$, $r_{B,-60}(A) = E$ et $s_{(AC)}(B) = F$. Expliquez vos constructions !

31) Soient $\mathcal{C}$ un cercle de centre *O* et *A* un point n'appartenant pas à $\mathcal{C}$ (figure !). Vous allez construire $A' = s_O(A)$ en vous servant *uniquement* d'une règle non graduée (justifiez chaque étape de votre construction !) :

- un point *B* de $\mathcal{C}$ tel que *A*, *B* et *O* ne soient pas alignés,
- $B' = s_O(B)$,
- l'image de la droite (AB) par s_O,
- $A' = s_O(A)$.

32) Soit $\mathcal{C}$ un cercle de centre *O*, de rayon 3,5 cm et *A* un points de $\mathcal{C}$. Figure !

a) En vous servant ***uniquement d'un compas*** construisez :

- l'hexagone régulier *ABCDEF* de centre *O* et *orienté dans le sens positif*.
- $t_{\overrightarrow{OC}}(ABCDEF) = A'B'C'D'E'F'$
- $r_{A,120°}(ABCDEF) = A''B''C''D''E''F''$

b) Quelles sont les images par $t_{\overrightarrow{OC}}$ des points O, A, F et E ?

c) Nommez 4 *rotations* différentes qui laissent invariant l'hexagone $ABCDEF$ et précisez les images de chaque sommet par les rotations en question !

Constructions comportant des démonstrations (exercices 33 à 38)

33) Soit $\Delta(ABC)$ un triangle tel que $AB = 8\,cm$, $BC = 7\,cm$ et $AC = 6\,cm$.

a) Construisez le triangle $\Delta(ABC)$.

b) Construisez les points suivants :

$D = s_C(A)$ $\qquad$ $E = s_C(B)$ $\qquad$ $F = s_{(BC)}(D)$

c) Montrez que $AB = EF$

34) Soit $\Delta(ABC)$ un triangle quelconque, I le milieu de $[AB]$ et J le milieu de $[AC]$.

a) Construisez

- $D = s_I(C)$,
- $E = s_J(B)$,
- $F = s_J(D)$.

b) Expliquez pourquoi :

- $ABCE = \#$
- $ACBD = \#$
- $BFED = \#$
- $(AD) \parallel (AE)$
- les points D, A et E sont alignés,
- A est le milieu de …….,
- les points B, C et F sont alignés,
- C est le milieu de ……..,

35) Soit $\mathcal{C}$ un cercle de centre O et de rayon 4 cm et $A \in \mathcal{C}$.

a) Construisez les points $B = r_{O,90°}(A)$, $C = r_{O,90°}(B)$ et $D = r_{O,90°}(C)$.

b) Complétez :

- Les points B, C et D se trouvent sur $\mathcal{C}$ car ………………………….
- Les points A, O et C sont …….. car ………,
- donc O est …………..
- De même B, O et D ……………………..
- Par conséquent $ABCD$ est un ………. car ………

c) Complétez :

$r_{O,-90°}([BC]) = \dots$ $\qquad$ $s_O([AB]) = \dots$

$t_{\overrightarrow{AB}}([AD]) = \dots$ $\qquad$ $s_{(AC)}([OD]) = \dots$

d) Quelles sont les rotations qui laissent la figure globalement invariante ?

36) Soit un triangle $\Delta(ABC)$ rectangle en A tel que $AB = 8\,cm$ et $AC = 5\,cm$.

a) Construisez

- le triangle $\Delta(ABC)$,
- $I \in [BC]$ tel que $\widehat{BAI} = 30°$,
- $J = s_{(AB)}(I)$ et $K = s_{(AC)}(I)$ (en utilisant uniquement le compas !).

b) Recopiez et complétez le raisonnement suivant :

- $\widehat{JAB} = \dots$ car ………………………….. ,
- $\widehat{CAK} = \dots$ car ………………………….. ,
- donc $\widehat{JAK} = \dots$,
- et par conséquent les points J, A et K sont ……………………..
- De plus $AJ = AK$ car ……………………………
- Nous avons ainsi montré que A est ……………………………….. et par conséquent $s_A(J) = \dots$.

37) *Généralisation de l'exercice précédent.*

Soit $\Delta(ABC)$ un triangle rectangle en A, $D \in [BC]$, $E = s_{(AB)}(D)$ et $F = s_{(AC)}(D)$.

a) Figure !

b) Recopiez et complétez le raisonnement suivant :

- Notons $\alpha = \widehat{BAD}$, alors $\widehat{DAC} = \ldots$.
- $\widehat{EAB} = \ldots$, car …………………,
- $\widehat{CAF} = \ldots$, car …………………,
- donc $\widehat{EAF} = \ldots$, et par conséquent les points E, A et F sont …………….
- De plus $AE = AF$ car …………………………………
- Nous avons ainsi montré que A est …………………….. , c'est-à-dire que $s_A(E) = \ldots$

38) Soient A, B, C trois points tels que $\widehat{BAC} = 70°$, $AB = 3\,cm$ et $AC = 5\,cm$ (figure !).

a) Soit d la droite telle que $s_d([AB)) = [AC)$. Complétez :

- $A \in d$ car ……………………………….
- Si $E \in d$ avec $E \neq A$ alors $\widehat{BAE} = \widehat{EAC}$ car …………………………
- Par conséquent d est la ……………………………………

b) Soit $[B'C'] = s_d([BC])$ et $I \in d \cap [BC]$. Complétez :

- $B' \in (AC)$ car ……………………………….
- $C' \in \ldots$ car ……………………………….
- $I \in [B'C']$ car ……………………………………
- $AB = AB'$ car ……………………………………

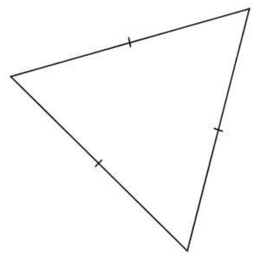
Utilisez ces propriétés pour construire $[B'C']$ à l'aide d'une règle et d'un compas !

c) Existe-t-il une <u>symétrie centrale</u> s_K telle que $s_K([BC]) = [B'C']$? Pourquoi ?

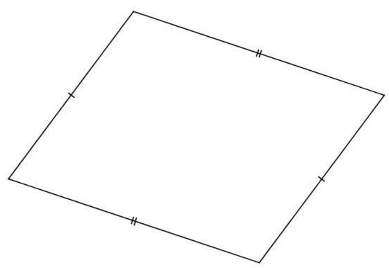
C) Axes et centres de symétrie

39) Dessinez les axes de symétrie (en vert) et les centres de symétrie (en rouge) des figures suivantes. On ne demande aucune explication.

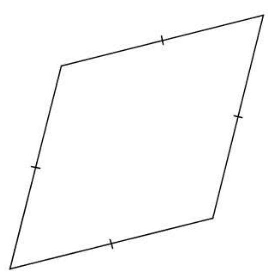
a) triangle équilatéral



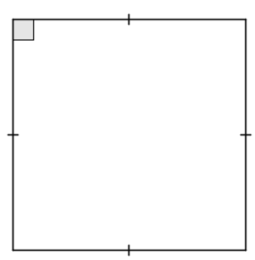
b) parallélogramme



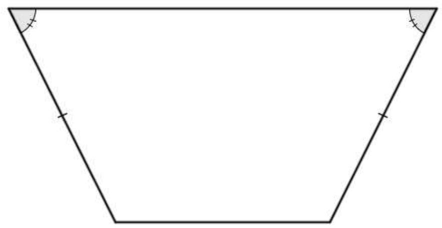
c) losange



d) carré



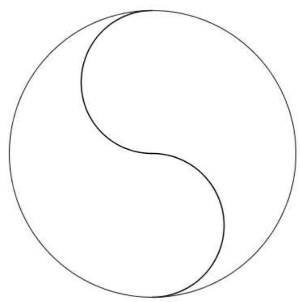
e) trapèze isocèle



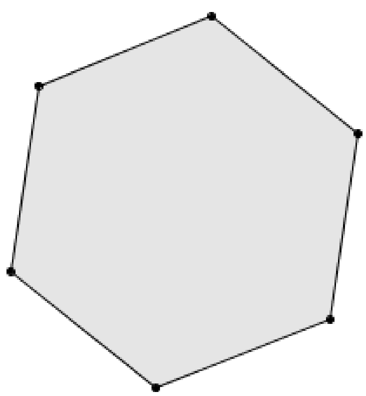
f) soixante-neuf

6 9

g) yin yang



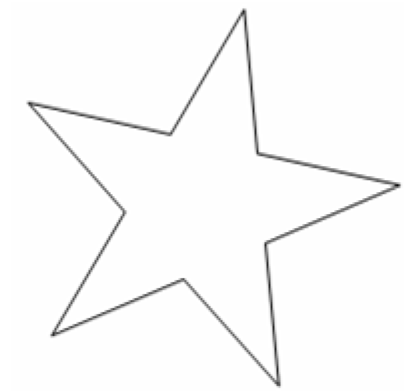
h) hexagone régulier



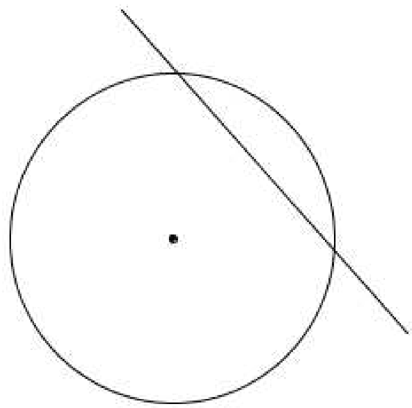
i) dix-neuf

X I X

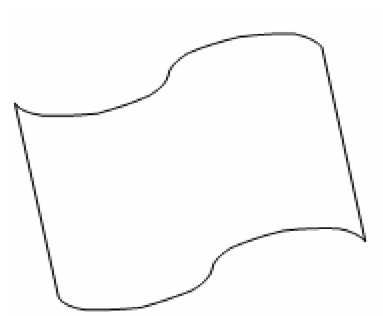
j) étoile



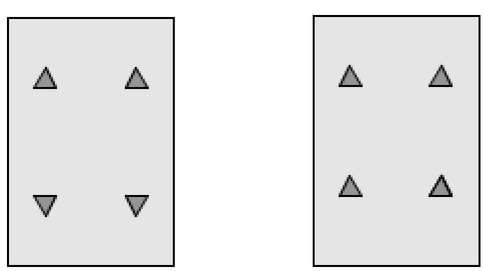
k) la figure formée par un cercle et une droite



l) drapeau



m) cartes



40) Construisez les figures suivantes en coloriant *tous* leurs centres de symétrie en rouge et leurs axes de symétrie en vert :

a) Un segment $[AB]$.

b) Deux cercles de même centre et de rayons différents.

c) Deux cercles de centres différents et de même rayon.

d) Une droite *d*.

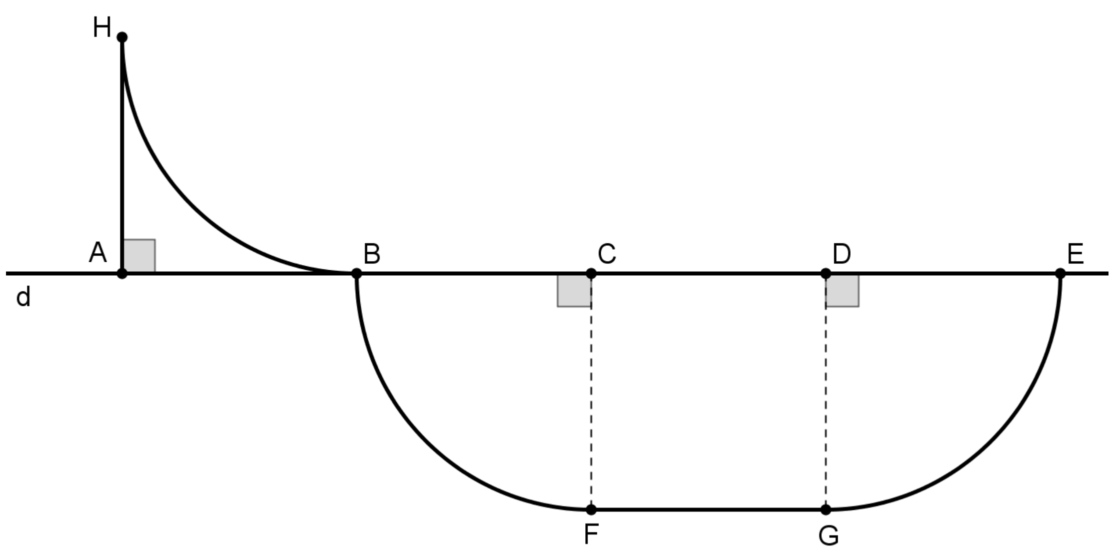
e) Deux droites sécantes et non perpendiculaires.

f) Deux droites parallèles.

g) Deux droites perpendiculaires.

h) Un # *ABCD*.

41) Sur la figure suivante $AH = AB = BC = CD = DE = CF = DG = 3\,cm$. Complétez cette figure sachant qu'elle admet d comme axe de symétrie, puis calculez son aire et son périmètre :



42) Dessinez (figures au crayon, axes de symétrie en vert, centres de symétrie en rouge) :

a) un triangle qui a un seul axe de symétrie. Ce triangle a-t-il un centre de symétrie ?

b) un quadrilatère *ABCD* qui a un centre de symétrie, mais pas d'axe de symétrie.

c) une figure qui a un seul centre de symétrie et une infinité d'axes de symétrie.

d) un quadrilatère *ABCD* qui a 4 axes. Ce quadrilatère a-t-il un centre de symétrie ?

43) Dans un repère du plan construisez les points suivants :

$$A(2;1),\ B(5;1),\ C(5;2),\ D(7;2),\ E(7;3),\ F(4;3),\ G(4;2),\ H(2;2)$$

Quelles sont les coordonnées du centre de symétrie *I* du polygone *ABCDEFGH* ?

44) Quels sont les axes de symétrie (éventuels) d'un triangle ? Discutez suivant la nature du triangle (plusieurs cas sont à distinguer) ? Dans chaque cas de figure, tracez un triangle avec son ou ses axes de symétrie.

D) Problèmes

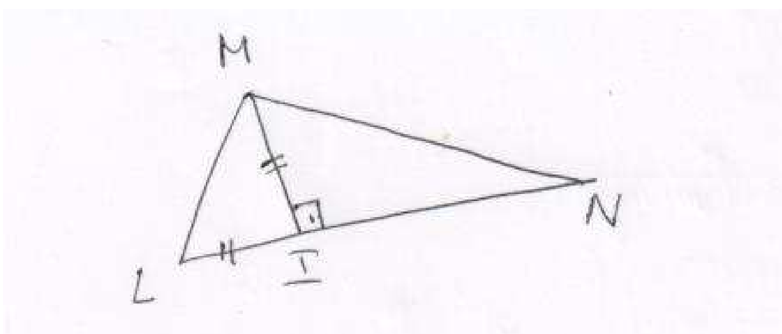
45) Soient quatre droites a, b, c et d tel que $a \parallel b$, $c \parallel d$ et a et c sont sécantes (figure !).

a) Existe-t-il une translation t telle que $t(b) = d$? Si oui, combien et lesquelles ? Si non expliquez pourquoi !

b) Mêmes questions avec $t(a) = b$.

c) Mêmes questions si on veut avoir à la fois $t(a) = b$ et $t(c) = d$.

46) Voici un dessin « à main levée » d'un triangle $\Delta(LMN)$ où $IN = 5\,cm$ et $LN = 8\,cm$:



a) Faites une construction exacte de cette figure (description de la construction !)

b) Construisez le point *A*, symétrique de *I* par rapport à (LM) et le point *B*, symétrique de *I* par rapport à (MN).

c) Calculez le périmètre et l'aire du polygone *LAMBN*.

47) Soit $\mathcal{C}$ un cercle de centre *O* et de rayon 4 cm et un point $A \in \mathcal{C}$ (figure !).

a) En notant *r* la rotation de centre *O* et d'angle $45°$, construisez successivement :

$B = r(A)$, $C = r(B)$, $D = r(C)$, $E = r(D)$, $F = r(E)$, $G = r(F)$, $H = r(G)$.

b) Que peut-on dire de $r(H)$? Justifiez votre réponse !

c) Complétez:

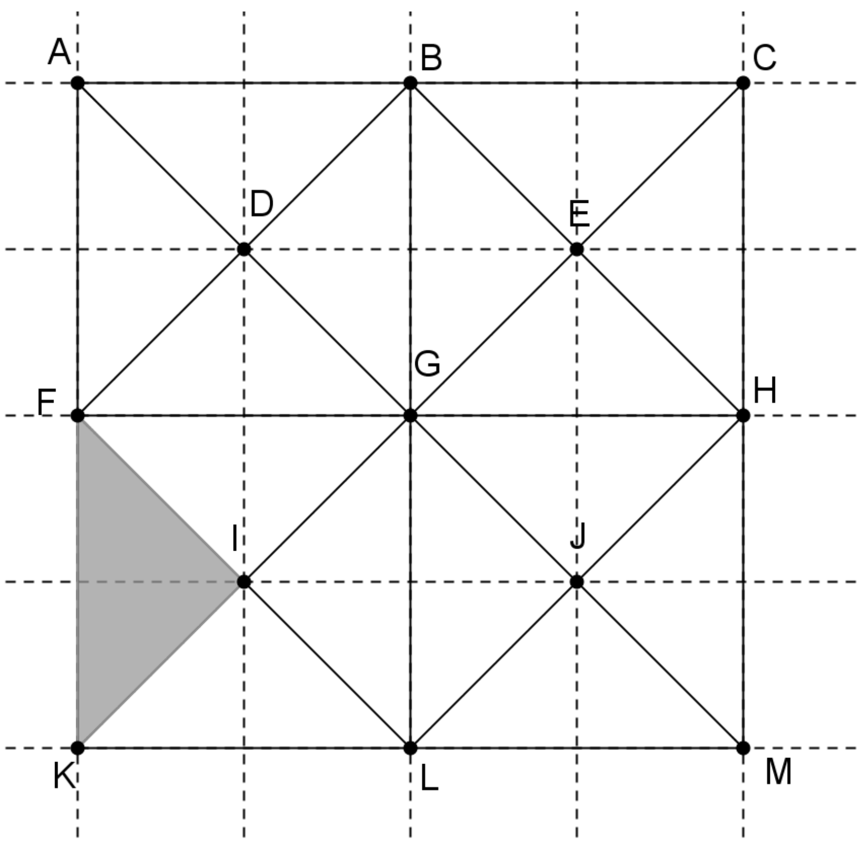
$r_{O,-90°}(D) = \ldots$ $\qquad$ $r_{O,180°}(C) = \ldots$ $\qquad$ $r_{O,135°}(F) = \ldots$

$r_{O,\ldots}(G) = F$ $\qquad$ $r_{O,\ldots}(H) = C$ $\qquad$ $r_{O,\ldots}(F) = D$

$r_{O,135°}([EG]) = \ldots$ $\qquad$ $r_{O,-225°}(\ldots) = [AC]$ $\qquad$ $r_{\ldots}([HC]) = [BE]$

d) Soit $d = (HE)$, construisez $d' = r_{O,90°}(d)$ puis expliquez pourquoi $d \perp d'$.

48) Sur un quadrillage carré (en pointillé) on a dessiné la figure suivante :



Quelles sont les triangles de cette figure qui sont images du triangle $\Delta(FIK)$ par :

a) une symétrie axiale ? (précisez à chaque fois l'axe de la symétrie)

b) une symétrie centrale ? (précisez à chaque fois le centre de la symétrie)

c) une translation ? (précisez à chaque fois le vecteur de la translation)

d) une rotation d'angle $\alpha \neq 180°$? (précisez à chaque fois le centre et l'angle de la rotation)

49) Soient deux points A et B avec $AB = 6\ cm$, $\mathcal{C}$ le cercle de centre A et rayon $2\ cm$ et $\mathcal{C}'$ le cercle de centre B et rayon $2\ cm$ (figure).

a) Construisez une droite d tel que s_d transforme $\mathcal{C}$ en $\mathcal{C}'$.

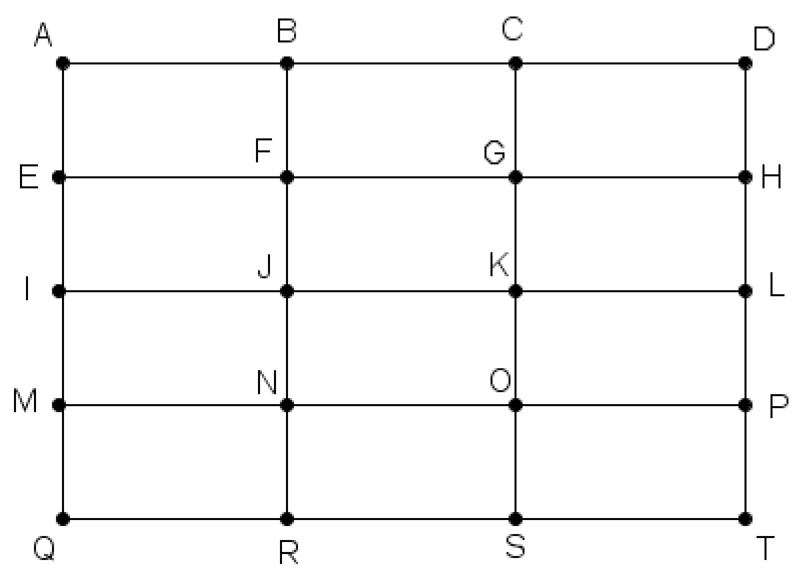
b) Construisez un point O tel que s_O transforme $\mathcal{C}$ en $\mathcal{C}'$.

c) Trouvez une translation qui transforme $\mathcal{C}$ en $\mathcal{C}'$.

d) Construisez un point K tel que $r_{K,50°}$ transforme $\mathcal{C}$ en $\mathcal{C}'$.

e) Construisez un point L tel que $r_{L,-70°}$ transforme $\mathcal{C}$ en $\mathcal{C}'$.

50) Les 12 petits rectangles de la figure suivante sont isométriques (ont mêmes mesures) :



Complétez :

$s_{(LK)}(\cdots) = MNRQ$	$t_{\overrightarrow{EN}}(\cdots) = OPTS$	$s_K(\cdots) = NOSR$
$\cdots(NOSR) = FGCB$	$\cdots(ABFE) = CDHG$	$\cdots(FGKJ) = POKL$
$\cdots(IJNM) = GHLK$	$\cdots(MNRQ) = GFBC$	$r_{\dots}(\dots TP) = GC\dots$

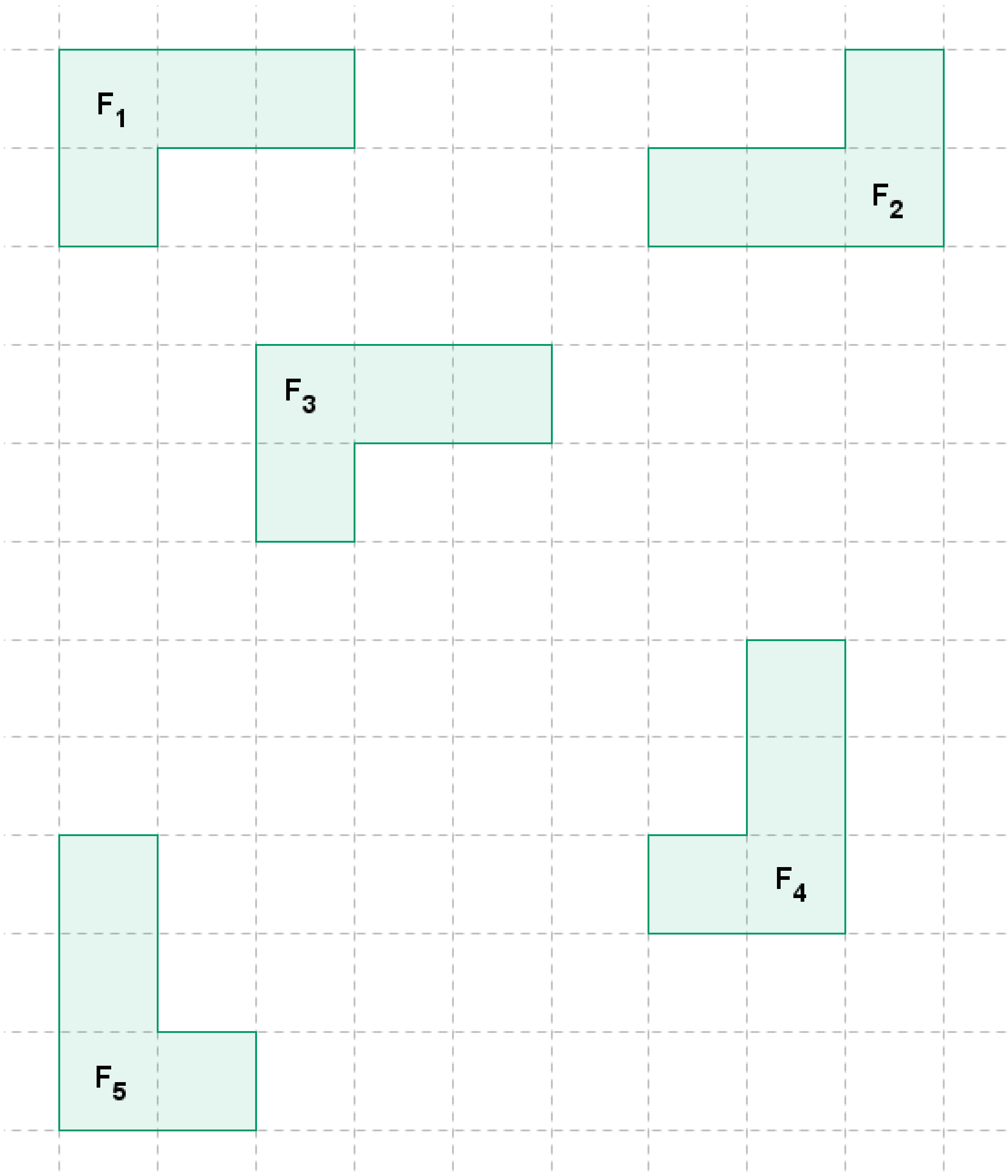
51) Sur la figure suivante identifiez, en indiquant leurs éléments caractéristiques, les isométries qui transforment :

a) F_1 en F_2

b) F_3 en F_1

c) F_3 en F_4

d) F_3 en F_5



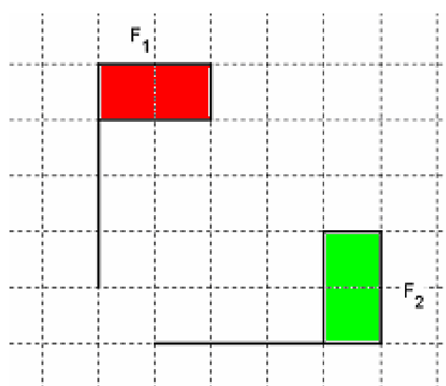
52) Voici deux points A et B et leurs images A' et B' par une rotation $r_{O,\alpha}$.

a) Reproduisez exactement cette figure à l'aide d'un compas.

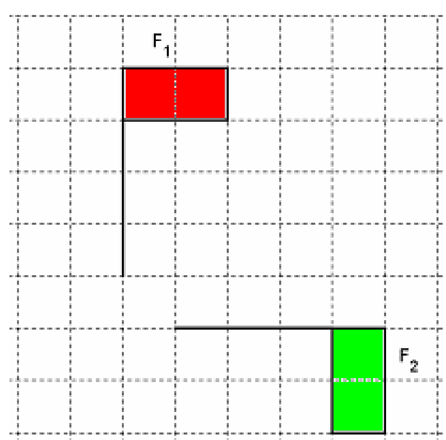
b) Malheureusement le centre O est effacé… Retrouvez-le ainsi que l'angle de cette rotation en justifiant votre construction !

53) Pour chacune des figures suivantes, identifiez l'isométrie qui transforme F_1 en F_2 et l'isométrie qui transforme F_2 en F_1. Construisez les éléments caractéristiques de ces isométries.

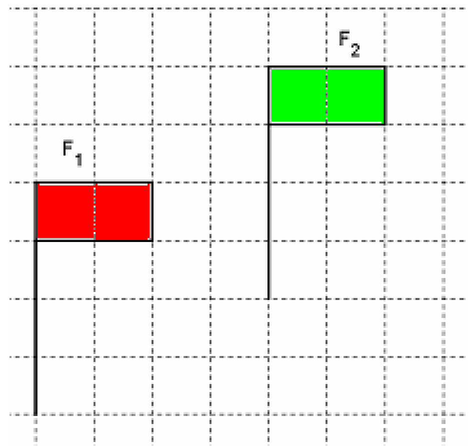
a)



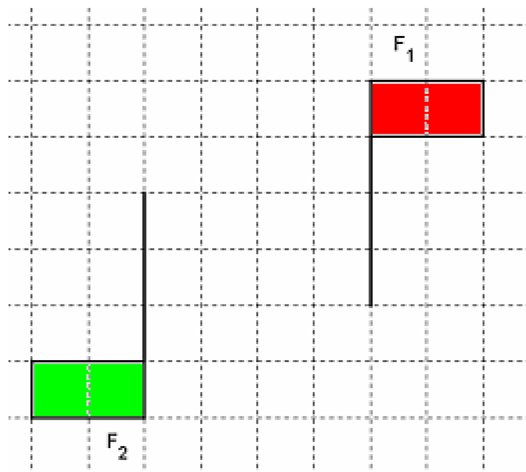
b)



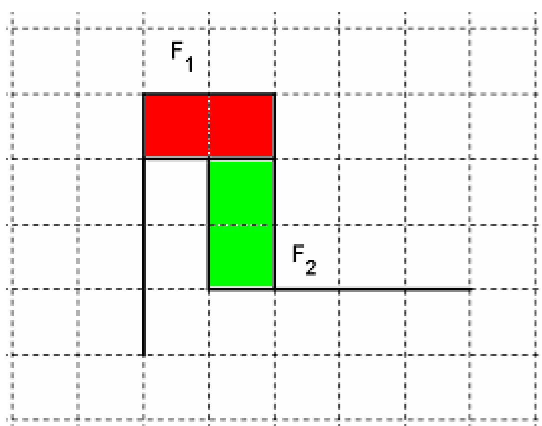
c)



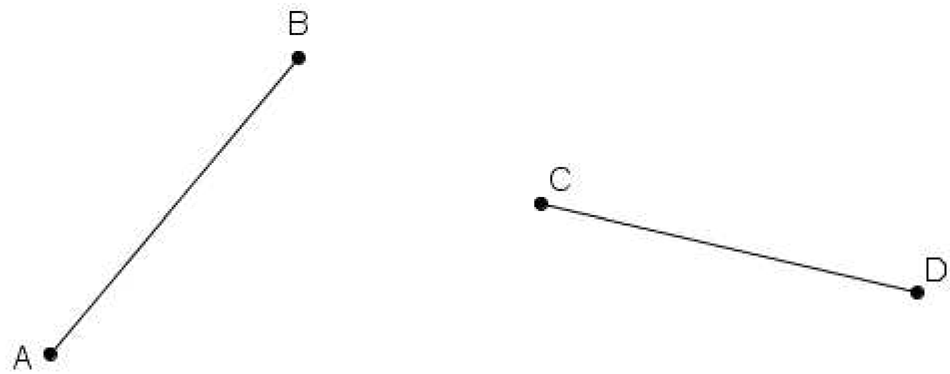
d)



e)



54) Soient $[AB]$ et $[CD]$ deux segments de même longueur tels que $(AC) \not\parallel (BD)$ et $(AD) \not\parallel (BC)$:



Trouvez deux rotations différentes qui transforment $[AB]$ en $[CD]$.

E) Composées d'isométries

55) Dans un repère du plan d'origine O et d'axes *(Ox)* et *(Oy)* marquez les points indiqués puis faites les constructions demandées.

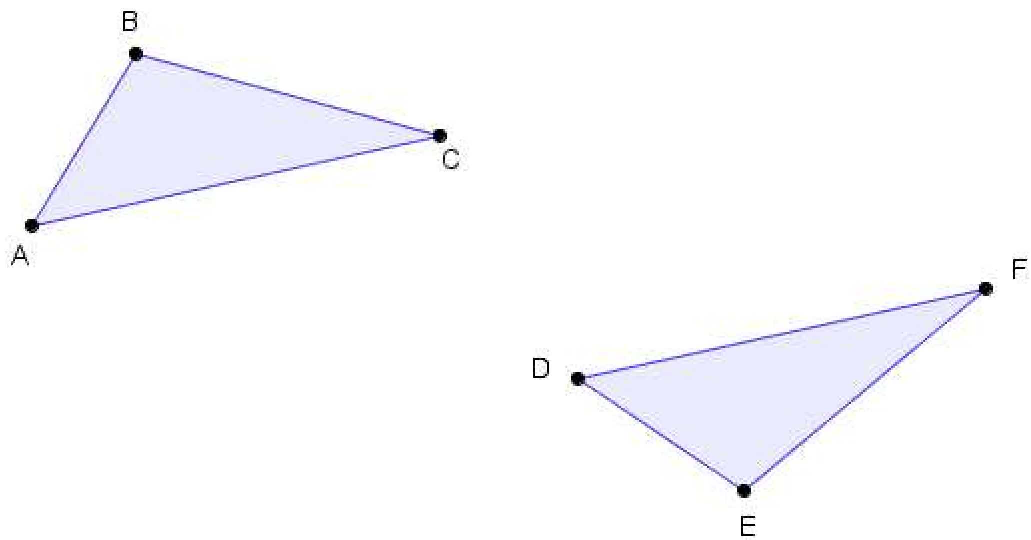
a) Soient $A(3;-2)$, $B(7;-3)$, $C(4;-5)$, $D(-8;1)$, construisez l'image du triangle $\Delta(ABC)$ par la transformation $r_{O,-100°} \circ s_{(Ox)} \circ t_{\overrightarrow{OD}}$.

b) Soient $A(0;3)$, $B(1;-2)$, $C(5;1)$, construisez l'image du triangle $\Delta(ABC)$ par la transformation $t_{\overrightarrow{BA}} \circ s_O \circ s_{(AC)}$.

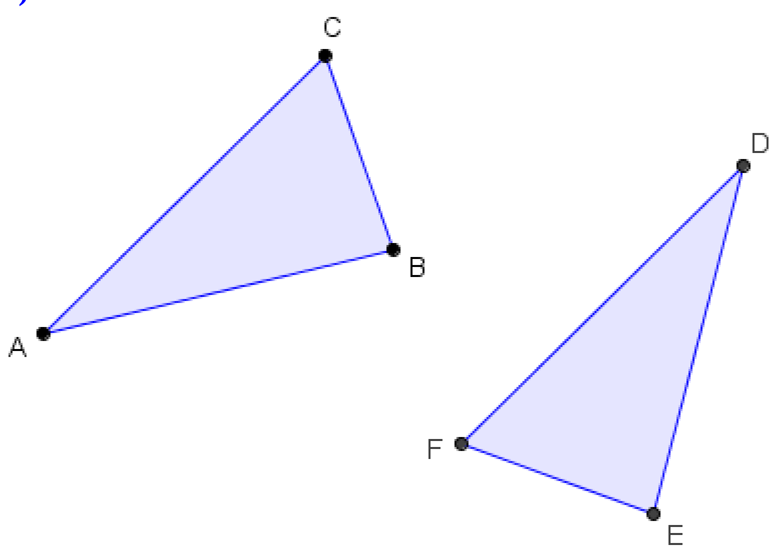
c) Soient $A(-4;3)$, $B(2;3)$, $C(2;1)$, $D(-4;1)$, construisez l'image du rectangle $ABCD$ par la transformation $t_{\overrightarrow{CD}} \circ s_{(DC)} \circ r_{C,-90°}$. Comment est-ce qu'on aurait pu obtenir le même résultat final plus simplement ?

56) Sur chacune des figures suivantes montrez que le triangle DEF est l'image du triangle $\Delta(ABC)$ par la composée de plusieurs transformations élémentaires (symétries, translations, rotations) :

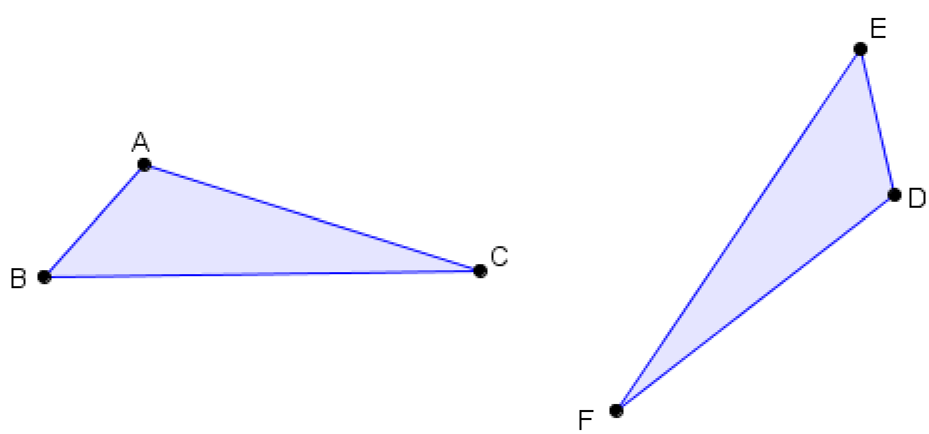
a)



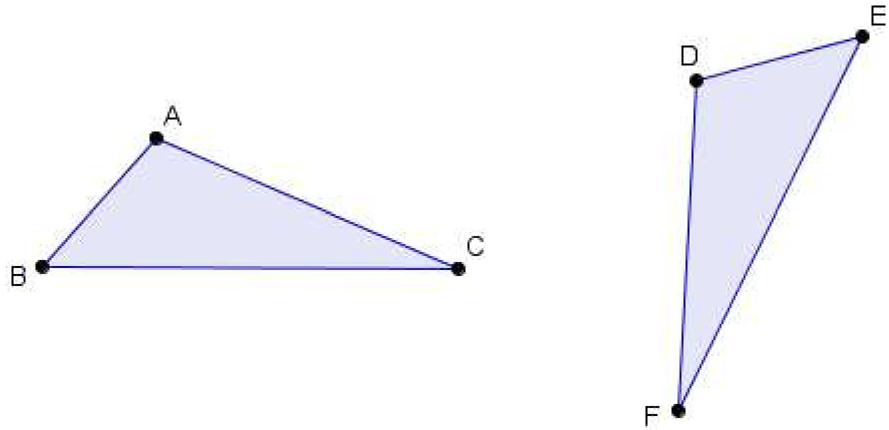
b)



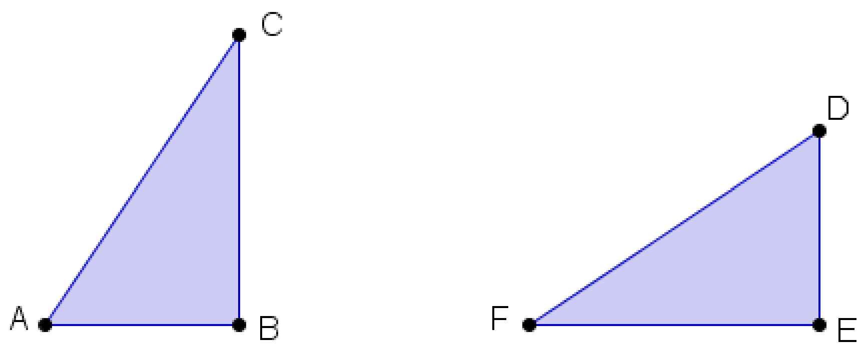
c)



d)



e)



57) Soient A et B deux points distants de $1\,cm$ (figure !). Construisez successivement :

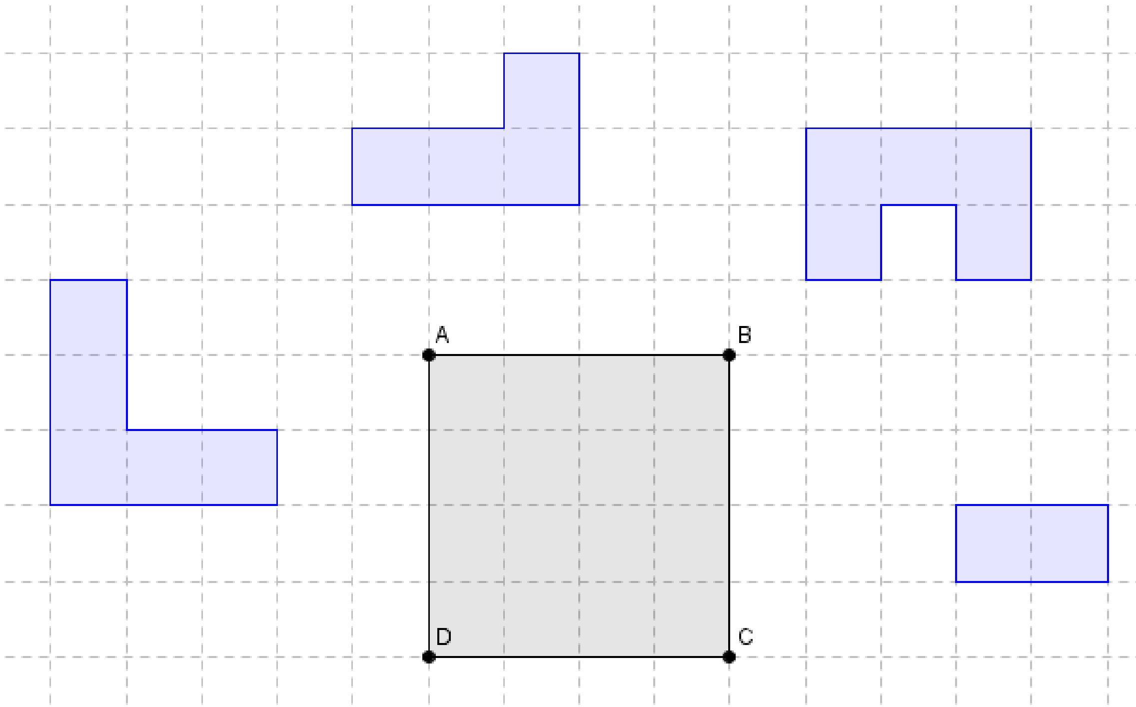
- $M_1 = s_B(A)$,
- $M_2 = s_A(M_1)$,
- $M_3 = s_B(M_2)$,
- $M_4 = s_A(M_3)$, etc…

Sans continuer la construction, *calculez* la distance $M_{15}M_{16}$!

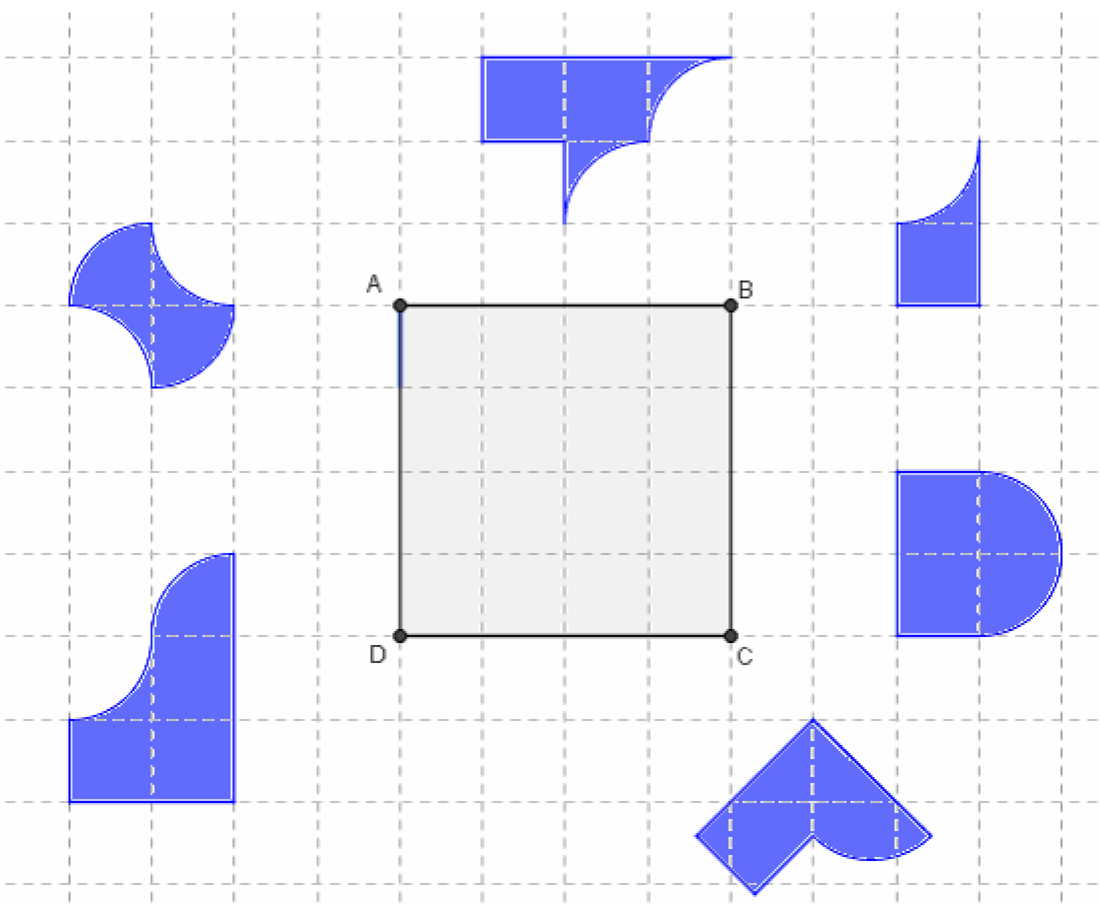
58) Reproduisez exactement la figure suivante sur une feuille quadrillée. Montrez comment on peut déplacer chacune des quatre figures bleues (par une ou la composées de plusieurs isométries à préciser) pour qu'ensemble elles forment le carré $ABCD$.

Indication :

Afin de pouvoir décrire exactement les isométries utilisées, vous pouvez donner des noms à un certain nombre de points…



59) Même question qu'à l'exercice précédent avec la figure suivante :



60) Soit $\Delta(BON)$ un triangle rectangle en O tel que $OB = 5\,cm$ et $ON = 3\,cm$.

Construisez :

a) le triangle $\Delta(BON)$

b) $r_{B,-100°}(\Delta(BON)) = \Delta(B'O'N')$

c) $r_{O,-60°}(\Delta(B'O'N')) = \Delta(B''O''N'')$

d) les éléments caractéristiques de l'isométrie $r_{O,-60°} \circ r_{B,-100°}$