A Equations du premier degré

Exercice: Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes:

1) $2x-30=x-10$

2) $4x+5=3x+3$

3) $3x-14=4(x-5)$

4) $3(x-5)=2(2-x)+(3x-8)2$

5) $\frac{x}{2}+7=\frac{4x}{3}+2$

6) $\frac{y}{4}+\frac{3}{10}=y-\frac{3}{4}$

7) $-4m+\frac{3}{4}=\frac{7}{8}+12m$

8) $\frac{x}{6}-1{,}5=\frac{x}{3}-\frac{x}{9}$

9) $2x=\frac{x-21}{4}$

10) $\frac{x-3}{2}=\frac{x+3}{5}$

11) $\frac{x-2}{3}=\frac{1-x}{2}+\frac{x}{4}$

12) $x-\frac{x+4}{5}=4$

13) $\frac{x}{3}+\frac{13}{6}=\frac{5x+1}{6}$

14) $x-\frac{x-2}{3}=4-\frac{x+5}{6}$

15) $3\cdot\left(2x-\frac{x-1}{5}\right)+\frac{4x}{5}=\frac{7-x}{10}$

16) $\frac{7x}{3}-\left(5x-\frac{4x+1}{2}\right)=\frac{7}{6}$

17) $\frac{4}{9}-2\cdot\left(\frac{m}{3}+\frac{2m+1}{6}\right)=\frac{m-8}{18}$

18) $6x-\frac{4}{5}\cdot\left(\frac{2x}{3}-\frac{7-2x}{13}+8\right)=9x-\frac{5}{3}x$

19) $\frac{19x+3}{11}-(3x-2)=7x-\frac{2}{3}\cdot\left(\frac{3x+5}{4}-\frac{5-26x}{3}\right)$

20) $2\cdot\left(x-\frac{1}{3}\right)-x=\frac{x-3}{6}-\frac{x+5}{4}$

21) $3x-\frac{3}{5}\cdot\left(\frac{3x-4}{4}-\frac{5}{2}\right)=\frac{x}{20}+1{,}8x$

22) $\frac{2x+4}{3}-\frac{1}{3}\cdot\left(\frac{3x-1}{2}-\frac{2x+6}{4}\right)=1$

23) $\frac{x+4}{3}+\frac{x+5}{4}=16-\frac{3+x}{2}$

24) $\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{x}{3}+\frac{2x-1}{4}\right)=3x+\frac{1-x}{3}$

25) $\frac{3x}{2}-\frac{2x}{3}=5\cdot\left(\frac{x}{6}+1\right)-5$

B Equations renfermant des fractions algébriques

Exercice: Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes en ne pas oubliant les conditions d'existence:

1) $\frac{3}{x+5}=\frac{2}{x+1}$

2) $\frac{1}{x+1}-\frac{2}{x-1}=0$

3) $\frac{1}{2x-3}-\frac{5}{x}=\frac{3}{x(2x-3)}$

4) $\frac{x-2}{x}+\frac{4}{x-2}=\frac{8}{x^2-2x}$

5) $\frac{5}{x+2}-\frac{5}{3x-6}=\frac{4}{2x-4}$

6) $\frac{2x-3}{x-4}-\frac{2x+1}{x-1}=\frac{2}{x-4}$

7) $\frac{1}{x-1}-\frac{2}{x+2}=\frac{1}{3-x}$

8) $\frac{1}{x-2}-\frac{2}{x+1}=\frac{3}{x^2-2x+x-2}$

9) $1-\frac{1}{2-x}=\frac{2x}{x^2-4}+\frac{2}{x+2}$

10) $\frac{3}{x-3}+\frac{2}{x+1}=\frac{4}{x^2-3x+x-3}$

11) $\frac{1}{x+1}-\frac{2}{x^2-1}+\frac{1}{x-1}=0$

12) $\frac{1+x}{x-1}-\frac{4}{x+1}=\frac{3+x}{x-1}$

C Equations d'un degré supérieur réductibles au premier degré

Remarque: Pour résoudre une équation d'un degré supérieur au premier, on ramène d'abord tous les termes dans un même membre que l'on factorise par la suite. A ce membre factorisé, on applique ensuite la règle du produit nul.

Exercice: Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes:

1) $(3x+5)(x-3)=9-x^2$

2) $4(x^2-4)=(x+2)^2$

3) $2x^4=32$

4) $(x^2-1)^2=4(x+1)^2$

5) $2x(x+1)^3=8x^2(x+1)$

6) $3x(3x-1)^2-x(9x^2-1)=2x(1-3x)^2$

7) $4x^2=(3x+4)^2$

8) $(3x-1)^2+5x(x-2)=(x+1)^2$

9) $2x^2-(x+1)^2=2(7-x)+1$

10) $9(4x-1)^2=4(9x-2)^2$

D Equations renfermant des nombres irrationnels

Exercice: Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes:

1) $x-\sqrt{48}=\sqrt{12}$

2) $x\sqrt{15}-\sqrt{60}=0$

3) $\frac{3x+1}{4}=x+\frac{\sqrt{2}}{2}$

4) $4x-\frac{\sqrt{2}}{3}=\sqrt{8}-3x$

5) $x\sqrt{15}-3\sqrt{15}=45$

6) $x\sqrt{18}-3\sqrt{54}=5x\sqrt{18}$

7) $\frac{x}{2}-\pi=\frac{3x}{4}+\frac{\pi}{6}$

8) $\frac{2\pi x}{3}-9=6x-\pi$

9) $4x-\sqrt{6}=\sqrt{10}$

10) $x\sqrt{5}-15=0$

11) $7y+\sqrt{20}=9y-\sqrt{12}$

12) $x\sqrt{3}-15=x\sqrt{2}-10$

13) $3x\sqrt{2}=x\sqrt{2}-3$

14) $\frac{m}{\sqrt{2}}-1=m\sqrt{2}-2$

15) $x\sqrt{5}-7=-x\sqrt{20}+2$

16) $\frac{x}{\sqrt{11}-\sqrt{7}}-\sqrt{7}=\sqrt{11}$

E Transformations de formules

Exemple résolu et commenté:

Dans la formule de physique suivante, exprime les variables a et t en fonction des autres:

$d=\frac{1}{2}at^2$ La distance parcourue d est proportionnelle à l'accélération a et au carré du temps t

- $d=\frac{1}{2}at^2 \Leftrightarrow 2\cdot d=a\cdot t^2$ On a multiplié par 2 pour faire disparaître la fraction.
  Cette formule sans fraction sert de base à toute transformation ultérieure.

- Pour isoler l'accélération a, on doit diviser chaque membre par t^2

$$2\cdot d=a\cdot t^2 \quad\Leftrightarrow\quad \frac{2\cdot d}{t^2}=a$$

- Pour isoler le temps t, on doit d'abord diviser par l'accélération a et par la suite, prendre la racine carrée de cette expression.

$$2\cdot d=a\cdot t^2 \quad\Leftrightarrow\quad \frac{2\cdot d}{a}=t^2 \quad\Leftrightarrow\quad \sqrt{\frac{2\cdot d}{a}}=t$$

Exercice: Dans les formules de géométrie suivantes, exprime les variables indiquées en fonction des autres variables:

1) Aire d'un rectangle ou d'un parallélogramme

$$A = b \cdot h \qquad b = ? \qquad h = ?$$

2) Aire d'un triangle

$$A = \frac{b \cdot h}{2} \qquad b = ? \qquad h = ?$$

3) Périmètre d'un rectangle ou d'un parallélogramme

$$P = (l_1 + l_2) \cdot 2 \qquad l_1 = ?$$

4) Volume d'un cylindre

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot h \qquad h = ? \qquad r = ?$$

5) Aire d'un trapèze

$$A = \frac{b_1 + b_2}{2} \cdot h \qquad h = ? \qquad b_1 = ?$$

6) Longueur d'un arc de cercle d'angle au centre α

$$l = \frac{2\pi \cdot r \cdot \alpha}{360} \qquad r = ? \qquad \alpha = ?$$

7) Aire d'un secteur angulaire d'angle au centre α

$$A = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot \alpha}{360} \qquad \alpha = ? \qquad r = ?$$

8) Volume d'un cône

$$V = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot h}{3} \qquad h = ? \qquad r = ?$$

9) Volume d'une boule à l'aide du rayon

$$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \qquad r = ?$$

10) Volume d'une boule à l'aide du diamètre

$$V = \frac{\pi \cdot d^3}{6} \qquad d = ?$$