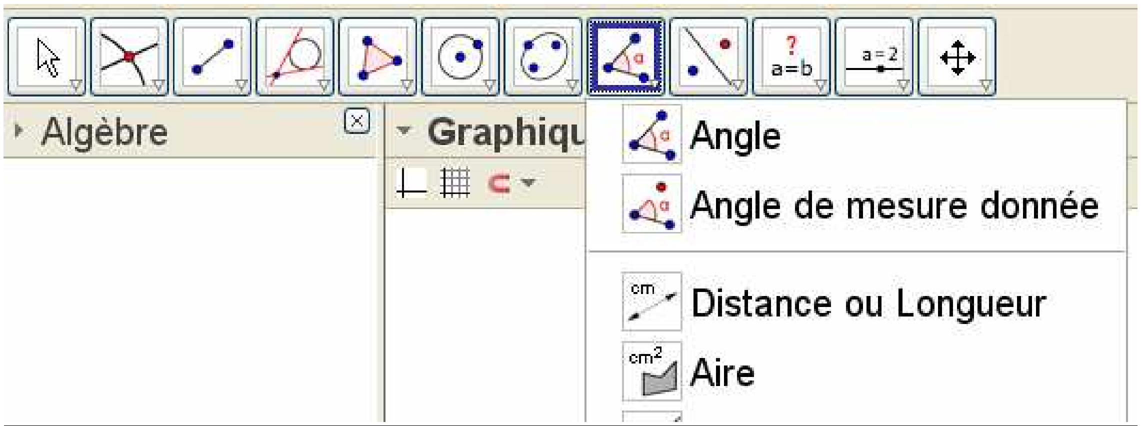
Fiche No 3

Mesures et calculs

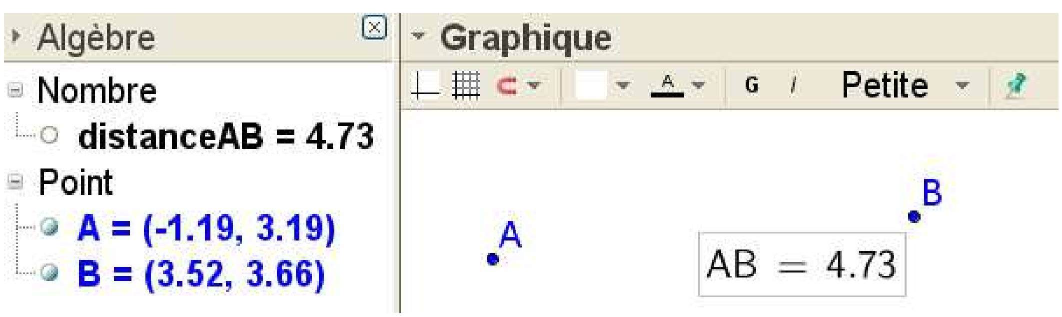
Toutes les commandes traitées dans cette fiche concernant les mesures d'une longueur, d'une aire ou d'un angle se trouvent sur la 8e icône :



1) Mesurer une **distance ou une longueur**

a) Mesurer la distance entre deux points

- Marquez deux points A et B, activez l'icône « **Distance ou Longueur** », puis cliquez sur les deux points. La distance de A à B est alors affichée dans la partie « Graphique » sous la forme AB = ... et dans la partie « Algèbre » sous la forme « distanceAB=…. » dans la rubrique « **Nombre** ».



- Déplacez l'un des deux points : la distance s'adapte en permanence !
- Si vous souhaitez que le texte « AB = ... » dans la partie « Graphique » reste toujours au même endroit quand vous déplacez un point (p.ex. en bas de l'écran pour ne pas gêner la figure) vous pouvez par un clic droit sur la distance AB = ... dans la fenêtre « Graphique » choisir la commande **« Position absolue sur l'écran »**. Vous pouvez également changer l'aspect de ce texte (taille, gras ou italique, couleur) grâce aux petites icônes qui s'affichent quand vous cliquez sur le texte.

- Si vous souhaitez changer le nom de la distance dans la fenêtre « Algèbre » (p.ex. « AB » au lieu de « distanceAB », vous choisissez la commande **« Renommer »** après un clic droit sur « distanceAB=…. ».

b) Mesurer la longueur d'une ligne finie ouverte

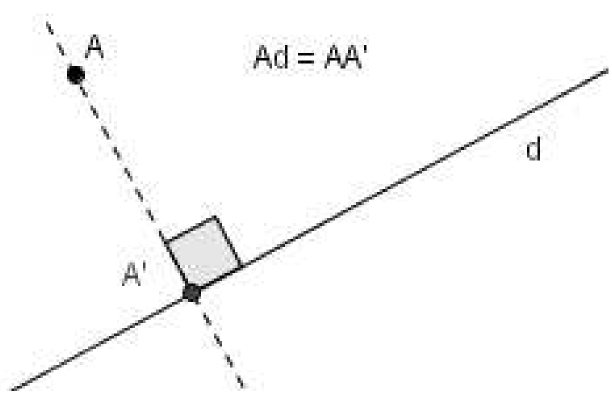
- Tracez un segment $[CD]$ et un arc de cercle, vous constatez que dans la partie « Algèbre » la longueur du segment et de l'arc est *automatiquement* affichée avec le nom (p.ex. « a = 34,12 »).
- Le seul effet d'un clic sur le segment et l'arc après avoir activé l'icône **« Distance ou Longueur »**, est que les longueurs s'affichent également dans la fenêtre « Graphique ».

c) Mesurer le périmètre d'une figure fermée

- Tracez le cercle de centre A passant par B et un triangle EFG : les longueurs des côtés e, f, g du triangle s'affichent automatiquement dans la fenêtre « Algèbre ».
- Activez l'icône **« Distance ou Longueur »**, puis cliquez sur le cercle et sur le triangle : la partie « Graphique » affiche « Circonférence de c = … » et « Périmètre de EFG = … » alors que dans la partie « Algèbre » on lit « circonférencec = … » et « périmètrepoly1 = … »
- En déformant le cercle ou le triangle, vous voyez que leur périmètre s'adapte en permanence.

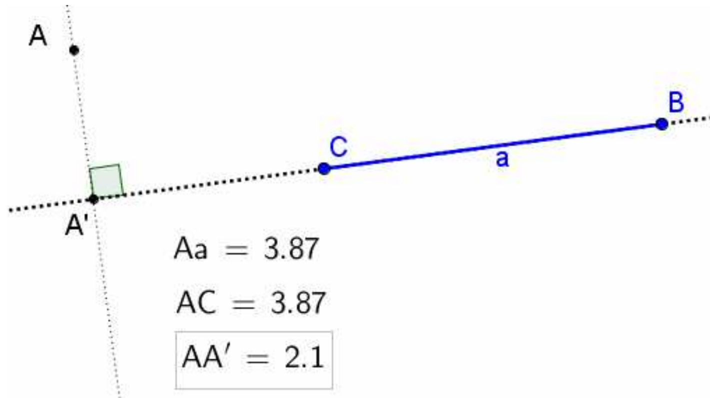
d) Mesurer la distance entre une droite ou un segment et un point

- *Rappel*
  La ***distance entre une droite d et un point A*** *est égale à la distance de A au point d'intersection A' de d avec la perpendiculaire à d passant par A. Cette distance, notée Ad, est la plus petite distance possible entre A et un point de d. Le point A' est appelé projection de A sur d.*



- Tracez un point A et une droite (BC). Activez l'icône **« Distance ou Longueur »**, puis cliquez sur le point A et sur la droite : la partie « Graphique » affiche « Aa = … » alors que dans la partie « Algèbre » on lit « distanceAa = … ».
- Ceci marche également en remplaçant la droite par **un segment**, mais il faut savoir que si A' n'appartient pas au segment mais àau prolongement de celui-ci, alors la distance entre A et le segment n'est plus AA' mais la distance de A au point du segment le plus proche de A ! Le cas d'une demi-droite est analogue.

Ainsi sur la figure suivante $Aa \neq AA'$ mais $Aa = AC$:



Exercice 1

- Sur une feuille vierge tracez un segment $[AB]$, sa médiatrice b et un point $C \in b$. Mesurez CA et CB. Que constatez-vous ? Enoncez la propriété que vous venez de vérifier !
- Tracez deux droites (DE) et (DF) sécantes en D, la bissectrice f de l'angle $\widehat{FDE}$ et un point $G \in f$. Mesurez la distance de G aux deux côtés de l'angle. Que constatez-vous ? Enoncez la propriété que vous venez de vérifier !

2) Mesurer l'**aire** d'un disque ou d'un polygone

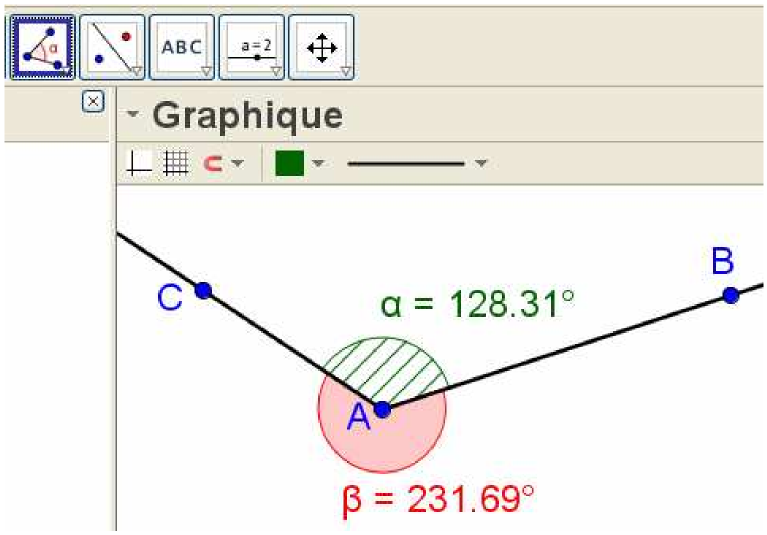
- Tracez un cercle c, activez l'icône **« Aire »**, puis cliquez sur le cercle : la partie « Graphique » affiche « Aire de c = … » alors que la partie « Algèbre » affiche « airec= … » dans la rubrique « Nombre ».
- Tracez un polygone non croisé : son aire ainsi que les longueurs de ses côtés s'affichent *automatiquement* dans la partie « Algèbre » ! Activer l'icône **« Aire »** et cliquer sur le polygone a pour seul effet d'afficher également l'aire dans la partie « Graphique » : « Aire de ABCD = ::: »..
- *Remarque*
  Geogebra calcule uniquement l'aire (et le périmètre) d'un polygone qui a été créé avec la commande « polygone ». Par exemple trois segments $[AB]$, $[BC]$ et $[CA]$ ne constituent pas un triangle pour Geogebra et il ne calcule donc ni son aire, ni son périmètre ! Le programme ne reconnaît pas non plus l'*intersection* de deux cercles ou de deux polygones comme une surface et ne sait donc pas calculer son aire.

3) Mesurer un angle

- Tracez deux demi-droites de même origine $[AB)$ et $[AC)$, activez l'icône **« Angle »**, puis cliquez, dans cet ordre, sur les points B, A et C : dans la fenêtre « Géométrie » l'angle $\widehat{BAC}$ est affiché en vert avec l'inscription « $\alpha = \ldots°$ » et la même information s'affiche dans la fenêtre « Algèbre » dans la rubrique des « objets dépendants ».

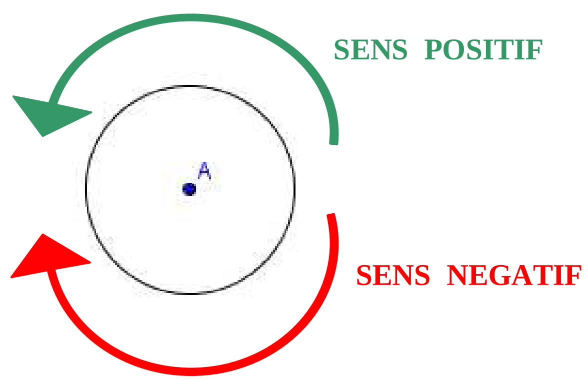
- Faites « tourner » C autour de A et observer l'angle mesuré : la mesure affichée est toujours un nombre compris entre $0°$ et $360°$.

- Activez l'icône **« Angle »**, puis cliquez sur les trois points dans l'ordre inverse : C, A, B. L'angle mesuré, noté β, n'est plus le même mais les deux angles ont même sommet, mêmes côtés et $\alpha + \beta = 360°$.



- *Explication :*

  Il y a deux façons de tourner autour d'un point A : le sens des aiguilles d'une montre et le sens des ronds-points. En mathématiques on parle d'un *sens positif* (celui des ronds-points) et d'un *sens négatif* (celui des aiguilles d'une montre).



En cliquant B, A, C on désigne l'angle de sommet A qu'on parcourt *dans le sens positif en allant de B vers C*, nous noterons cet angle $\widehat{BAC}$.

En cliquant C, A, B on désigne l'angle de sommet A qu'on parcourt *dans le sens positif en allant de C vers B*, nous noterons cet angle $\widehat{CAB}$.

On dit que $\widehat{BAC}$ et $\widehat{CAB}$ sont des *angles orientés* (en particulier : $\widehat{BAC} \neq \widehat{CAB}$)

- *Remarque*

  Pour Geogebra un angle est défini par trois points et non par deux demi-droites, donc pour mesurer $\widehat{BAC}$ on clique sur les *points* B, A et C et non pas sur les demi-droites $[AB)$ et $[AC)$ (qu'on ne dessine que pour mieux « visualiser » l'angle !) !

Exercice 2

- Sur une feuille vierge tracez un triangle ABC et un quadrilatère DEFG.
- Mesurez les trois angles intérieurs (en vert) et les trois angles extérieurs (en bleu) de ABC.
- Mêmes questions avec un quadrilatère DEFG.

4) Construire un angle de mesure donnée

- Nous prendrons la même notation $\widehat{BAC}$ pour désigner l'angle et sa mesure (ou son amplitude). On peut donc écrire par exemple $\widehat{BAC} = 40°$.

- *Tout angle a une infinité de mesures* car on peut toujours ajouter ou retrancher un multiple de 360 à la mesure d'un angle !

  Exemple : $\widehat{BAC} = 40° = 400° = 760° = \ldots$, mais aussi $\widehat{BAC} = 40° - 360° = -320°$!

  Un angle orienté peut donc aussi avoir une mesure (ou amplitude) négative et en particulier : $\widehat{CAB} = 360° - \widehat{BAC} = -\widehat{BAC}$.

- Activez l'icône « **Angle de mesure donnée** », puis cliquez sur deux points B et A (*dans cet ordre* !) : une fenêtre s'affiche qui permet d'entrer la mesure souhaitée (p.ex. $125°$). Un point B' est alors affiché tel que $\widehat{BAB'} = 125°$. Vérifiez que $AB = AB'$!
- *Remarques*
  - Pour compléter la figure on peut dessiner les demi-droites $[AB)$ et $[AB')$.
  - B' est un « objet dépendant » : en déplaçant A ou B, l'angle $\widehat{BAB'}$ garde toujours la même mesure !

Exercice 3

- Sur une feuille vierge tracez une demi-droite $[AB)$ puis construisez le point C tel que $\widehat{BAC} = 70°$.
- Construisez le point D tel que $\widehat{BAD} = -50°$. Que constatez-vous ? Expliquez !

Exercice 4

Sur une feuille vierge tracez un triangle $\Delta(ABC)$ tel que $\widehat{BAC} = 47°$, $\widehat{CBA} = 64°$ et $AB = 150$ (commencez par faire un *schéma*, comme en 6e, pour analyser dans quel *ordre* il faut construire le triangle). A la fin on ne doit voir que le triangle

$\Delta(\text{ABC})$, les mesures des deux angles et la longueur du côté $[\text{AB}]$ sur votre figure (cachez le reste!).

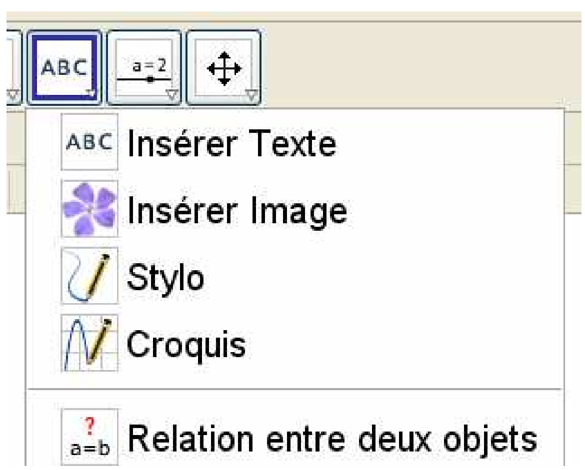
5) Calculer avec les mesures

On peut faire des *calculs* avec les mesures effectuées sur une figure. Vérifions par exemple la propriété qui dit que la somme des angles intérieurs d'un triangle vaut $180°$:

- Dessinez un triangle ABC et mesurez ses trois angles intérieurs α, β et γ.
- En bas de l'écran, il y a une ligne intitulée **« Saisie : »**
- Dans cette ligne vous entrez : $\alpha+\beta+\gamma$, puis vous tapez sur « Enter » : dans la partie « Algèbre » *cette somme est affichée sous « δ » comme objet dépendant non affiché (dans la partie « Graphique »).*
- En déformant le triangle vous constatez qu'on a toujours $\delta = 180°$ (δ reste inchangé).
- Vous pouvez également calculer son périmètre en entrant : $a+b+c$. Il est affiché sous « d », également comme objet dépendant non affiché, par contre d n'est pas invariant.

6) Insérer un texte

- On peut insérer un texte n'importe où sur la feuille en utilisant la commande **« Insérer un texte »** sur la 10e icône :



- Remarquons qu'à part les caractères usuels, on peut également écrire des formules mathématiques, des symboles divers et insérer des objets déjà définis.

Exemple :

- Dessinez un segment [AB]
- Mesurez la longueur de ce segment (elle est affichée sous « $a = \cdots$ » dans la partie« Algèbre »)
- Activez la commande **« Insérer un texte »**
- Tapez dans l'espace « Editer » : **La longueur du segment vaut** pui insérez l'objet **a.**

Exercice 5

- Tracez un cercle de centre A passant par B, puis le carré ABCD.
- Mesurez :
  - la distance AB qui est à la fois le rayon du cercle et le côté du carré et appelez-la AB
  - le périmètre du cercle et appelez-le p
  - l'aire du cercle
  - l'aire du carré
- Calculez :
  - le diamètre du cercle et appelez-le d
  - combien de fois pourrait-on mettre le diamètre sur la circonférence du cercle (c'est-à-dire $\text{circonférencec} / d = \ldots$) ?
  - Combien de fois pourrait-on mettre le carré dans le cercle ?
  - Quelles formules venez-vous de vérifier ? Ecrivez-les sur la feuille !