

# Exercices d'arithmétique

## Exercice 1

Dans toute la suite, on suppose que  $n$  et  $m$  sont des entiers naturels.

(1) Parmi les entiers suivants :

$$2n + 3, 6n + 4m, 2n - 2, 8m + 6, 2m - 1, 3n, 3n + 1, 24n + 1$$

lesquels sont certainement pairs ? impairs ? Justifier !

(2) Parmi les entiers suivants :

$$18n, 3n + 6m + 12, 6n + 3, 9m - 3, 3n + 1, 12m, 3n - 1, 24n + 6$$

lesquels sont certainement des multiples de 3 ? Justifier ?

(3) Parmi les entiers suivants :

$$15n + 25, 14n - 7, 14n + 8, n + 4, 12n + 6, 2n + 3m,$$

$$18n + 63m - 9, 4n - 8, (2n)^2 + (2m)^2$$

rechercher ceux qui sont certainement multiples d'un entier naturel  $> 1$ , à préciser.

## Exercice 2

Montrer que tous les nombres premiers  $\geq 5$  sont de la forme  $6n + 1$  ou  $6n - 1$ , où  $n$  est un entier naturel. **Indication** : tout entier  $\geq 3$  est de la forme  $6n - 2, 6n - 1, 6n, 6n + 1, 6n + 2$  ou  $6n + 3$ .

## Exercice 3

(1) Ecrire en extension :  $A = \{x \in 6\mathbb{N} \cap 14\mathbb{N} / 2003 < x < 2100\}$ .

(2) Ecrire en extension :  $B = \{x \in \text{Div } 200 / x \geq 50\}$

(3) Ecrire en compréhension :  $C = \{33, 35, 42, 44, 49, 55, 56, 63, 66\}$ .

(4) Ecrire le plus simplement possible :

a)  $9\mathbb{N} \cap 13\mathbb{N} \cap 39\mathbb{N} = \dots$

c)  $\text{Div } 90 \cap \text{Div } 45 \cap \text{Div } 60 = \dots$

b)  $2\mathbb{N} \cup 6\mathbb{N} \cup 24\mathbb{N} = \dots$

d)  $\text{Div } 1000 \cap 125\mathbb{N} = \dots$

## Exercice 4

Faire un diagramme de Venn des ensembles  $5\mathbb{N}$ ,  $15\mathbb{N}$ ,  $20\mathbb{N}$  et  $120\mathbb{N}$  et placer sur ce diagramme les entiers 75, 80, 85 et 180.

## Exercice 5

(1) Faire un diagramme de Venn des ensembles  $3\mathbb{N}$ ,  $7\mathbb{N}$  et  $11\mathbb{N}$ .

- (2) Déterminer toutes les intersections de ces ensembles :  $3\mathbb{N} \cap 7\mathbb{N}$ ,  $3\mathbb{N} \cap 11\mathbb{N}$ ,  $11\mathbb{N} \cap 7\mathbb{N}$  et  $3\mathbb{N} \cap 7\mathbb{N} \cap 11\mathbb{N}$  et indiquer où se trouvent ces ensembles sur le diagramme de Venn.
- (3) Placer sur le diagramme de Venn les entiers 42, 165, 539 et  $3^2 \cdot 7^4$ .

### **Exercice 6**

- (1) Montrer que la somme de 5 entiers pairs consécutifs est un multiple de 10.
- (2) Montrer que la somme de 3 entiers consécutifs est un multiple de 3.

### **Exercice 7**

- (1) Montrer que le produit de deux nombres pairs est pair.
- (2) Montrer que le produit de deux nombres impairs est impair.
- (3) Montrer que le produit d'un nombre pair et d'un nombre impair est pair.
- (4) Montrer que le produit de 4 nombres pairs est un multiple de 16.
- (5) Montrer que le produit de 2 multiples de 3 est divisible par 9.
- (6) Montrer que le carré d'un multiple de 5 est un multiple de 25.

### **Exercice 8**

Remplacer  $x$  et  $y$  de toutes les manières possibles par des chiffres pour que  $3x7y2$  soit divisible par 4 et par 3.

### **Exercice 9**

Déterminer 3 multiples consécutifs de 7 dont la somme vaut 273.

### **Exercice 10**

Démontrer que :  $a \in 75\mathbb{N}$  et  $b \in 18\mathbb{N} \Rightarrow 2a + 5b \in 30\mathbb{N}$ .

### **Exercice 11**

- (1) Est-ce que 199 est un nombre premier ? Justifier !
- (2) Décomposer en facteurs premiers les nombres

$$a = 2'352, b = 2387 \text{ et } c = 2388.$$

- (3) En déduire les factorisations premières de :

$$\text{a) } ab \quad \text{b) } 2a^3c \quad \text{c) } 5a^2b^5 \quad \text{d) } abc^2$$

### **Exercice 12**

- (1) Décomposer en facteurs premiers  $m = 6776$  et  $n = 7056$ .
- (2) En déduire la factorisation première de  $m \cdot n$  et de  $m + n$ .

### Exercice 13

- (1) Décomposer en facteurs premiers  $a = 46332$ .
- (2) Déterminer tous les diviseurs de  $a$  qui sont compris entre 20 et 30.
- (3) Déterminer tous les diviseurs de  $a$  qui sont  $\geq 4'600$ .
- (4) Dans les cas suivants a-t-on  $b \mid a$  ? Si oui, calculer  $\frac{a}{b}$ .  
a)  $b = 36$     b)  $b = 81$     c)  $b = 99$     d)  $b = 112$

### Exercice 14

Utiliser les propriétés du cours pour calculer  $\text{pgcd}(1250, 1000, 550)$  sans utiliser la factorisation première.

### Exercice 15

Soit  $a = 22344$  et  $b = 1232$ .

- (1) Déterminer les factorisations premières de  $a$  et de  $b$
- (2) En déduire le  $\text{pgcd}(a, b)$ .
- (3) Quelle est la factorisation première de  $22344 \cdot 1232$  ?
- (4) Remplir les cases vides du tableau par le symbole  $\in$  lorsque l'entier dans la première ligne appartient à l'ensemble de la première colonne :

	8	14	15	16	21	22	32	42	49	57	88
Div 22344											
Div 1232											

### Exercice 16

Deux lignes de chemin de fer mesurent 3672 m et 5472 m respectivement; elles ont été construites avec des rails tous identiques, sans qu'il faille en recouper. Quelle est, en mètres, la longueur des rails, sachant que c'est un nombre entier et qu'il est le plus grand possible.

### Exercice 17

- (1) Calculer :  $\text{pgcd}(7007, 13013)$  et  $\text{ppcm}(7007, 13013)$ .
- (2) En déduire sous forme de fraction irréductible :  
a)  $\frac{7007}{13013} + \frac{13013}{7007}$                       b)  $\frac{2}{13013} - \frac{1}{7007}$

### **Exercice 18**

Benoît, Jean et Raymond construisent chacun une tour avec des cubes en bois de tailles et de couleurs différentes. Les longueurs des arêtes sont respectivement de 12 cm pour les cubes bleus, de 14 cm pour les jaunes et de 18 cm pour les rouges. Sachant que Benoît utilise uniquement les cubes bleus, Jean les cubes jaunes et Raymond les cubes rouges, les enfants arriveront-ils à construire des tours de même hauteur ? Quel serait le nombre minimum de cubes de chaque couleur dont devraient disposer les enfants ?

