

Sésamath Sésamath

Activités de découverte

Activité 1 : Représentations graphiques et tableaux

Les tableaux et graphiques suivants concernent des conversions de mesures de grandeurs :

Tableau 1

Température en °F	14	32	41	59	95
Température en °C	-10	0	5	15	35

Tableau 3

Distance en ft	0	5	10	15
Distance en m	0	1,524	3,048	4,572

Tableau 2

Prix en €	5	10	15	20
Prix en F	32,8	65,6	98,4	131,2

Tableau 4

Distance en M	0	5	10	15
Distance en km	0	9,26	18,52	27,78

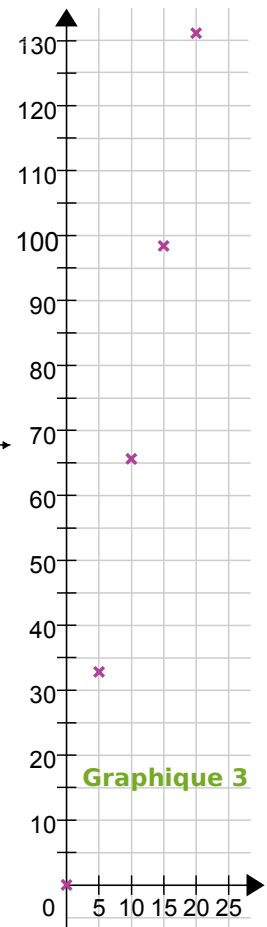
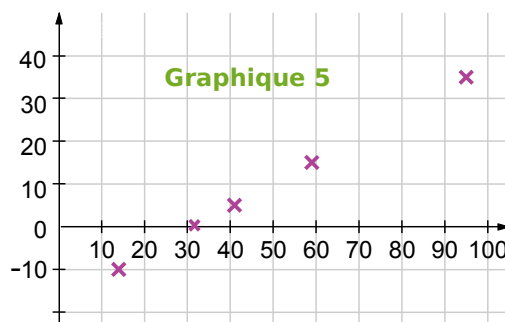
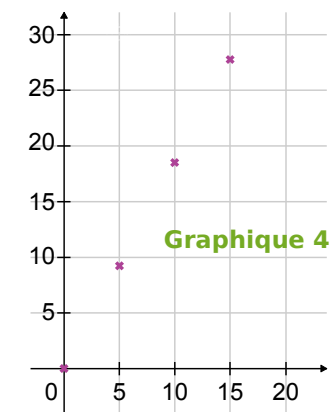
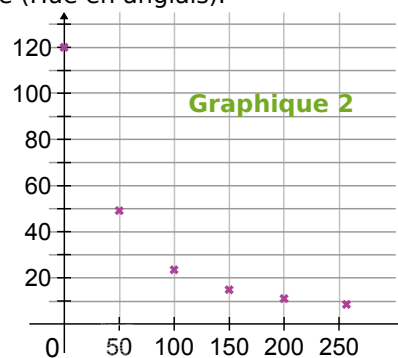
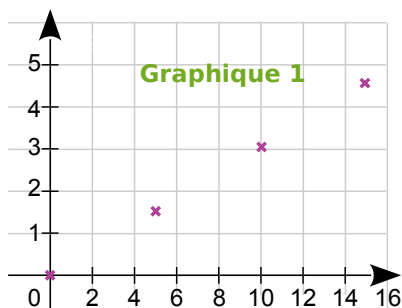
Tableau 5

* V = 40, B = 0

Valeur de R (codage RVB*)	0	50	100	150	200	255
Valeur de H (codage HSI)	120	49,1	23,4	14,9	10,9	8,4

Le mille marin M est une unité de mesure utilisée dans la marine.

Le degré Fahrenheit (°F) est une unité de mesure de température et le pied (ft) est une unité de mesure de longueur, utilisées au Royaume-Uni. Les codages RVB et HSI sont des codages de couleur : R indique la valeur du Rouge, H la valeur de la teinte (Hue en anglais).



1. Associe chaque graphique au tableau qui lui correspond.

Graphique 1 et tableau 3

Graphique 2 et tableau 5

Graphique 3 et tableau 2

Graphique 4 et tableau 4

Graphique 5 et tableau 1

2. Parmi les conversions proposées précédemment, quelles sont celles qui correspondent à des situations de proportionnalité ?

Les conversions correspondant aux tableaux 2, 3 et 4.

3. Qu'ont en commun les graphiques qui correspondent à des situations de proportionnalité ?

Les graphiques sont toutes des droites qui passent par l'origine du repère.

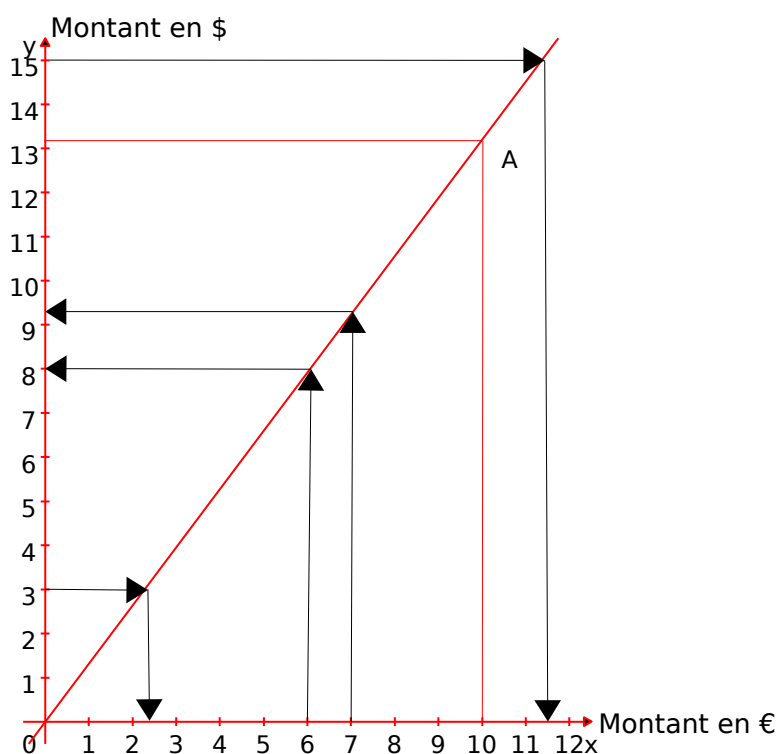
4. Recopie et complète la phrase suivante : « Si une situation est de proportionnalité alors elle est représentée graphiquement par une droite qui passe par l'origine . ».

Activité 2 : Représentation graphique et proportionnalité

1. Comment peux-tu construire facilement la représentation graphique d'une situation de proportionnalité?

En plaçant un point représentatif de la situation de proportionnalité, puis en traçant la droite passant par ce point et par l'origine du repère.

2. Fin novembre 2006, le cours de l'euro en dollar des États-Unis s'établit comme suit : $1 \text{ €} = 1,32 \text{ \$ USD}$. En prenant en abscisse 1 cm pour 1 € et en ordonnée 1 cm pour 1 \$ USD, et en plaçant un point bien choisi, représente graphiquement la conversion euro-dollar USD.



3. À l'aide du graphique, donne une valeur approchée en \$ USD de 6 € puis de 7 €.

Sur le graphique, on peut lire que 6€ correspondent à environ 8 \$ USD

et 7€ à environ 9,25 \$ USD.

4. À l'aide du graphique, donne une valeur approchée en € de 3 \$ USD puis de 15 \$ USD.

Sur le graphique, on peut lire que 3 \$ USD correspondent à environ 2,3 €

et que 15\$ USD correspondent à environ 11,5 €

5. Recopie puis complète le tableau suivant avec les valeurs exactes ou arrondies au centième :

Euro (€)	6	2,27	11,36	7	75,76	100
Dollar USD (\$ USD)	7,92	3	15	9,24	100	132

source : Banque de France <http://www.banque-france.fr/>.

6. Compare avec ce que tu as trouvé au 2. et au 3..

Les résultats sont proches à quelques dixièmes près. Une lecture sur un graphique est rarement aussi précise qu'un calcul.

Activité 3 : Quatrième proportionnelle

1. Réduction à l'unité

- a. 6 kg de pommes coûtent 9,60 €. Calcule le prix d'un kilogramme de pommes.

Un kilogramme de pommes coûte : $9,60 \div 6 = 1,60$ €

- b. Combien coûtent 7 kg de ces mêmes pommes ?

7 kilogrammes de pommes coûtent : $1,60 \times 7 = 11,20$ €

2. Utilisation de la proportionnalité

- a. Six cédéroms coûtent 102 €. Combien coûtent trois de ces mêmes cédéroms ?

3 cédéroms coûtent la moitié de 6 cédéroms : $102 \div 2 = 51$ €

- b. Combien coûtent neuf de ces mêmes cédéroms ?

9 cédéroms coûtent le triple de 3 cédéroms : $51 \times 3 = 153$ €

ou 9 cédéroms coûtent le prix de 3 + 6 cédéroms : $102 + 51 = 153$ €

3. Produits en croix

- a. Écrire que le tableau ci-contre est un tableau de proportionnalité revient à dire que les produits en croix $a \times d$ et $b \times c$ sont égaux. Calcule les produits en croix pour les tableaux suivants et dis si ce sont des tableaux de proportionnalité :

Grandeur 1	a	c
Grandeur 2	b	d

Masse en kg	15	33,75
Prix en €	4	9

Distance en m	3	4,5
Durée en min	12,2	18,4

Volume en L	4	5,2
Prix en €	5,5	7,15

$15 \times 9 = 135$ et $4 \times 33,75 = 135$. Dans le 1er tableau il y a proportionnalité.

$3 \times 18,4 = 55,2$ et $4,5 \times 12,2 = 54,9$.

Dans le 2ème tableau il n'y a pas de proportionnalité.

$4 \times 7,15 = 28,6$ et $5,5 \times 5,2 = 28,6$. Dans le 3ème tableau il y a proportionnalité.

- b. Complète les tableaux de proportionnalité en utilisant l'égalité des produits en croix :

Masse en kg	11	41,8
Prix en €	4	15,2

Distance en m	3	4,5
Durée en min	12,87	19,31

Volume en L	7,2	5,4
Prix en €	23,4	17,55

4. Au choix !

Complète les tableaux de proportionnalité suivants en utilisant la méthode de ton choix :

Masse en kg	11	33
Prix en €	4	12

Distance en m	3,9	4,5
Durée en min	23,01	26,55

Volume en L	7	6
Prix en €	21	18

Activité 4 : Calculs faisant intervenir des pourcentages

1. Les soldes

- a. Début janvier, les soldes d'hiver commencent ! Une paire de chaussures à 100 € est soldée à 50 %. Je n'ai malheureusement pas assez d'argent pour me l'acheter ! Une semaine plus tard je retourne au magasin et je suis très content de voir qu'il est écrit : « Deuxième démarque, 20 % sur le prix soldé ! ». J'ai 32 € en poche. Vais-je pouvoir m'acheter la paire de chaussures tant convoitée ?

Après le premier solde le prix est de $50\% \times 100 = 50$ €.

Après la deuxième démarque de 20% le prix est de $80\% \times 50 = 40$ €.

Je ne pourrai toujours pas m'acheter les chaussures avec 32€.

- b. J'ai acheté une paire de chaussures soldée que j'ai payée 48 € mais je n'ai pas regardé quel était le pourcentage de réduction accordé par le magasin. Je sais pourtant qu'initialement la paire de chaussures était affichée à 80 €. Peux-tu m'aider à retrouver ce pourcentage de réduction ?

Soit $p\%$ le pourcentage payé.

Je sais que $p\% \times 80 = 48$ donc $p\% = 48 \div 80 = 0,6 = 60\%$.

Le nouveau prix est égal à 60 % de l'ancien.

Le pourcentage de réduction était donc de $100\% - 60\% = 40\%$.

2. Chômage

- a. Au journal télévisé du 31 octobre 2006, le présentateur annonce : « Le nombre de demandeurs d'emploi a baissé de 10,1 % en un an et s'élève aujourd'hui à 2 188 104. ». Quel était le nombre de chômeurs au 31 octobre 2005 ?

Le nombre actuel correspond à $100\% - 10,1\% = 89,9\%$ de celui de 2005

Je sais que $89,9\% \times N = 2\,188\,104$
donc $N = 2\,188\,104 \div 89,9\% \approx 2\,433\,931$ chômeurs.
Il y avait environ 2 433 931 chômeurs au 31 octobre 2005.

- b. Ce même jour, le présentateur annonce que le taux de chômage en France s'établit alors à 8,8 %. Quel est le nombre de personnes ayant un travail ?

S'il y a 8,8% des chômeurs alors il y a 91,2% de personnes ayant un emploi.

Ce qui correspond à : $2\,188\,104 \times 91,2 \div 8,8 \approx 22\,676\,714$ travailleurs.

Activité 5 : Vitesse moyenne

L'unité de vitesse la plus couramment utilisée en France est le km.h^{-1} . Cette unité n'est pas la plus adaptée en diverses situations.

1. L'escargot sprinter

- a. Un escargot très pressé se dirige vers une salade à la vitesse de $0,006 \text{ km.h}^{-1}$.
Recopie et complète :

$$\frac{0,006 \text{ km}}{1 \text{ h}} = \frac{6 \text{ m}}{1 \text{ h}} = \frac{0,1 \text{ m}}{1 \text{ min}} = \frac{10 \text{ cm}}{1 \text{ min}}$$

Quelle est sa vitesse en m.h^{-1} ? En m.min^{-1} ? En cm.min^{-1} ?

$$V = 6 \text{ m.h}^{-1} = 0,1 \text{ m.min}^{-1} = 10 \text{ cm.min}^{-1}$$

- b. Utilise l'unité de vitesse la plus adaptée pour répondre aux questions :

- Combien de temps mettra l'escargot pour atteindre une salade située à 9 m ?
 $9 \text{ m} = 90 \times 10 \text{ cm}$. $V = 10 \text{ cm.min}^{-1}$. Il mettra donc 90 min pour atteindre la salade.
- Combien de temps mettra l'escargot pour atteindre une salade située à 70 cm ?
 $70 \text{ cm} = 7 \times 10 \text{ cm}$. $V = 10 \text{ cm.min}^{-1}$. Il mettra donc 7 min pour atteindre la salade.

2. Au Royaume-Uni

- a. Après avoir traversé le tunnel sous la Manche avec ma voiture, je me rends à Liverpool en empruntant l'autoroute. La vitesse limite sur autoroute au Royaume-Uni est de 70 mph (miles per hour). Sachant que 1 mile = 1,609344 km, quelle vitesse limite en km.h^{-1} est autorisée sur autoroute au Royaume-Uni ?

$$V = 70 \times 1,609344 \approx 112 \text{ km.h}^{-1}$$

- b. Après quelques jours passés à Liverpool, je désire me rendre à Glasgow. J'ai appris sur Internet que la distance Liverpool-Glasgow était de 225 miles. Sachant que je compte m'y rendre en voiture et qu'il y a une autoroute entre Liverpool et Glasgow, quel temps minimal mettrai-je en respectant la limitation de vitesse ?

$$T = 225 \div 70 \approx 3,21 \text{ h soit environ 3h 13min}$$

- c. J'ai en fait roulé à 62 mph en moyenne pour faire Liverpool-Glasgow, je me suis ensuite rendu à Édimbourg, distant de 46 miles de Glasgow. Sachant que j'ai roulé en moyenne à 54 mph sur ce trajet, quelle a été ma vitesse moyenne en mph pour faire Liverpool-Glasgow-Édimbourg ? Donne un arrondi de cette vitesse moyenne en km.h^{-1} .

La vitesse moyenne se calcule en divisant la distance parcourue par la durée du trajet.

$$\text{Liverpool-Glasgow : distance 225 miles durée : } 225 \div 62 \approx 3,63 \text{ h}$$

$$\text{Glasgow-Édimbourg : distance 46 miles durée : } 46 \div 54 \approx 0,85 \text{ h}$$

$$\text{Distance parcourue : } 225 + 46 = 271 \text{ miles}$$

$$\text{Durée du parcours : } 3,63 + 0,85 = 4,48 \text{ h environ.}$$

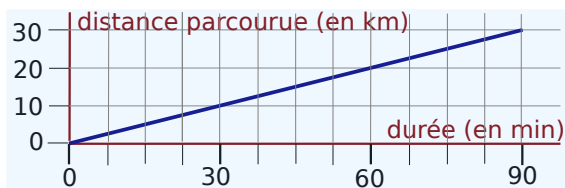
$$\text{Vitesse moyenne : } 271 \div 4,48 \approx 60,5 \text{ mph}$$

Exercices d'entraînement

Caractérisation graphique

1 Promenade

a. Ce graphique illustre-t-il une situation de proportionnalité ?



Le graphique est une droite qui passe par l'origine du repère donc il illustre une situation de proportionnalité.

b. La promenade dure 3 h et s'effectue à la même vitesse. Complète le tableau suivant :

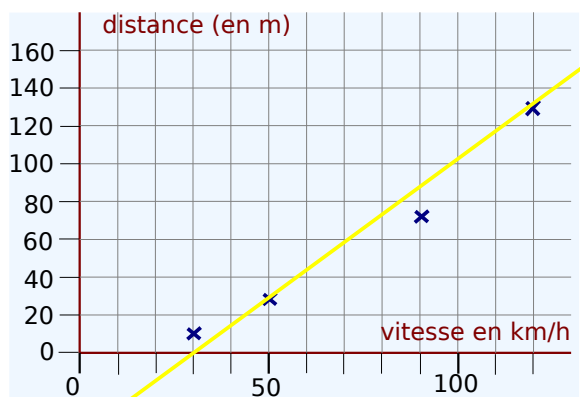
Distance (en km)	15	40	55
Durée (en min)	45	120	165

Obtenus par lecture graphique.

2 Distance d'arrêt

La distance d'arrêt d'une voiture est-elle proportionnelle à sa vitesse ?

Justifie ta réponse à l'aide du graphique suivant qui représente la distance d'arrêt d'une voiture en fonction de sa vitesse :



Les points du graphique ne sont pas alignés avec l'origine. La distance d'arrêt d'une voiture n'est donc pas proportionnelle à sa vitesse.

3 Rémi

Ce tableau indique la taille de Rémi en fonction de son âge.

Âge (en années)	2	5	10	12
Taille (en cm)	80	100	125	150

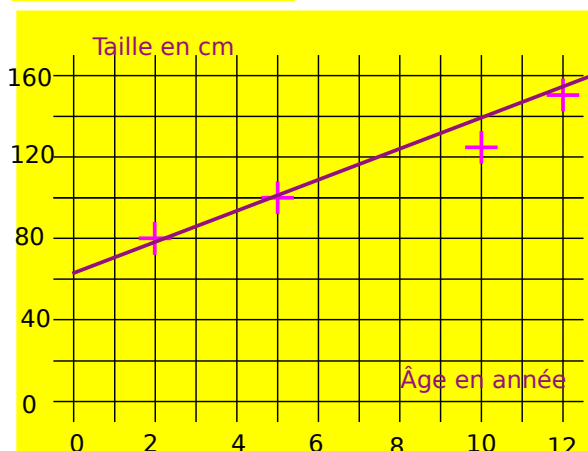
a. Est-ce une situation de proportionnalité ?

$80 \div 2 = 40$ et $100 \div 5 = 20$.

Ce tableau ne représente pas une situation de proportionnalité.

b. Représente graphiquement l'évolution de la taille de Rémi en fonction de son âge. Peux-tu répondre à la question a. sans faire de calculs ? Justifie.

Représentation graphique de la taille de Rémi en fonction de son âge.



Les points du graphique ne sont pas alignés. On peut donc sans calcul dire que la taille de Rémi n'est pas proportionnelle à son âge.

Quatrième proportionnelle

4 Impact

Un automobiliste n'échappe pas aux lois de la physique. Ainsi la force d'impact d'un véhicule lancé à 120 km/h est 16 fois plus grande que celle d'un véhicule qui roule à 30 km/h.



La force d'impact d'un véhicule est-elle proportionnelle à sa vitesse ?

Soit f la force d'impact du véhicule lancé à 30 km/h. À 120 km/h, la force d'impact est 16 fois plus grande, elle vaut donc $16f$.

Force d'impact	f	$16f$
Vitesse en km/h	30	120

$$30 \times 16f = 480 \times f.$$

$$480 \times f \neq 120 \times f.$$

Les produits en croix ne sont pas égaux.

La force d'impact d'un véhicule n'est pas proportionnelle à sa vitesse.

5 Fusibles



Une installation électrique correctement conçue est protégée par des fusibles dont la valeur limite est donnée en ampères (A). La valeur limite d'un fusible est proportionnelle à la puissance maximale en watts (W) supportée par l'installation.

Ainsi un fusible de 16 A peut supporter une puissance maximale de 3 500 W.

Valeur du fusible (en A)	16	30	y
Puissance Maximale (en W)	3500	x	5250

L'égalité des produits en croix donne :

$$16x = 30 \times 3500 \text{ et } 16 \times 5250 = 3500y.$$

$$x = \frac{30 \times 3500}{16} \text{ et } y = \frac{16 \times 5250}{3500}$$

$$x = 6562,5 \text{ et } y = 24.$$

a. Quelle puissance maximale peut supporter un fusible de 30 A ?

Un fusible de 30 A peut supporter au maximum 6562,5 W

b. Quelle doit être la valeur limite d'un fusible pour une puissance maximale de 5 250 W ?

Pour supporter une puissance de 5250 W, la valeur limite d'un fusible doit être de 24 A.

6 Au marché

Lucie achète 1,2 kg de carottes et paye 1,02 €.

a. Combien coûtent 2 kg de carottes ?

Le prix des carottes est proportionnel à la masse de carottes achetées.

Masse de carottes en kg	1,2	2	y
Prix des carottes en €	1,02	x	1,36

L'égalité des produits en croix donne :

$$1,2 \times x = 1,02 \times 2 \text{ et } 1,2 \times 1,36 = 1,02 \times y.$$

$$\text{Soit } x = \frac{1,02 \times 2}{1,2} \text{ et } y = \frac{1,2 \times 1,36}{1,02}.$$

$$\text{Soit } x = 1,7 \text{ et } y = 1,6.$$

2 kg de carottes coûtent 1,70€

b. Quelle masse de carottes peut-elle acheter avec 1,36 € ?

Avec 1,36€, Lucie peut acheter 1,6 kg de carottes.

Exercices d'entraînement

7 Fuite

Une chasse d'eau qui fuit dans la maison de Gérard laisse échapper 15 L d'eau en 3 h.

a. Quelle quantité d'eau est perdue en une semaine ?

Gérard a une fuite d'eau chez lui. La quantité d'eau perdue est proportionnelle à la durée de la fuite.

Une semaine contient 7 jours.

Un jour contient 24h.

$$7 \times 24 = 168.$$

Une semaine contient 168h.

Durée de la fuite en h	3	168
Volume d'eau perdu en L	15	x

L'égalité des produits en croix donne :

$$3 \times x = 168 \times 15. \text{ Soit } x = \frac{168 \times 15}{3} = 840.$$

840L d'eau est perdue en une semaine.

b. 1 m³ d'eau coûte 5,20 €. Que coûtera cette fuite à Gérard au bout d'un an s'il ne la répare pas ?

Une année contient 52 semaines.

$$840 \times 52 = 43680.$$

En un an, Gérard perdra 43680L d'eau, soit 43,680 m³.

Le prix de l'eau est proportionnel au volume d'eau consommé.

Volume d'eau en m ³	1	43,680
Prix en €	5,20	y

L'égalité des produits en croix donne :

$$1 \times y = 5,20 \times 43,680$$

$$y = 227,136.$$

La fuite d'eau coûtera environ 227,14€ par an à Gérard s'il ne la répare pas.

8 Bien manger

Un patient obèse typique verra son poids augmenter de quelques 20 kg en 10 ans. Ceci signifie un excès d'apport quotidien de 30 à 40 kilocalories au début du processus d'obésité [...]. Un excès quotidien de cette ampleur correspond initialement à moins d'un demi-sandwich. (Per Björntorp. Obesity. The Lancet, 1997)



Entre quelles valeurs se situe l'apport calorique quotidien de deux sandwiches ?

Un excès quotidien de 30 à 40 kilocalories correspond à moins d'un demi-sandwich.

L'apport calorique quotidien de deux sandwiches sera quatre fois plus élevé c'est-à-dire situé entre 120 et 160 kilocalories.

9 Tabagisme

Les jeunes de 12 à 25 ans qui fument régulièrement consomment en moyenne 10 cigarettes par jour. (source : www.tabac-info-service.fr)

Fumer peut entraîner une mort lente et douloureuse

a. En supposant qu'un fumeur commence à l'âge de 14 ans à ce rythme et continue jusqu'à 25 ans, combien de cigarettes aura-t-il fumées ?

un an (environ 365,256 96 jours)

11 ans correspondent environ à 4 017,8 jours.

Il fumera donc 40 178 cigarettes.

b. Le prix moyen d'une cigarette est 0,24 5 € en 2006. Quelle est la somme consacrée par ce fumeur à l'achat de ses cigarettes en 2006 ?

Sachant qu'il consomme 10 cigarettes par jour, en un an il consommera 3653 cigarettes environ.

$$0,245 \text{ €} \times 3653 \approx 895 \text{ €}$$

La somme consacrée par ce fumeur à l'achat de ses cigarettes en 2006 est d'environ 895 €.

10 Pâte à crêpes

Les ingrédients pour 8 personnes : 500 g de farine, 6 oeufs, un litre de lait et 50 g de sucre.

a. Quelle est la liste des ingrédients pour douze personnes ?

La liste des ingrédients est proportionnelle au nombre de personnes. On peut faire un tableau de proportionnalité :

Pour passer de 8 personnes à 12 personnes on multiplie par 1,5.

nombre de personnes	8	12	
masse de farine (g)	500	750	
nombre d'oeufs	6	9	
quantité de lait (en L)	1	1,5	
masse de sucre (g)	50	75	

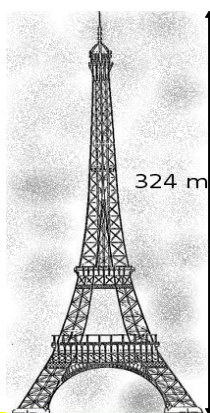
b. Marie dispose de 700 g de farine, de 9 oeufs, de 2 litres de lait et de 100 g de sucre. Pour combien de personnes au maximum peut-elle préparer de la pâte à crêpes ?

Elle peut préparer des crêpes pour 11 personnes au maximum (c'est la farine qui est le facteur limitant).

11 Tour Eiffel

Claude a acheté une maquette de la Tour Eiffel à l'échelle 1/600. Il veut vérifier que cette maquette a bien les mêmes proportions que l'originale. Il décide donc de mesurer la hauteur totale de sa maquette.

Quel est le raisonnement de Claude ?



Les mesures sur une maquette sont proportionnelles aux mesures réelles de l'objet qu'elle représente.

Mesure sur la maquette (en m)	1	x
Mesures sur la Tour Eiffel (en m)	600	324

L'égalité des produits en croix donne :

$$1 \times 324 = 600 \times x.$$

$$\text{Soit } x = \frac{1 \times 324}{600} = 0,54.$$

La maquette de la Tour Eiffel de Claude mesure 0,54 m soit 54 cm.

Pourcentages

12 Prix

a. Julien obtient une réduction de 15 % sur un vélo valant 158 €.

Quel est le montant de la réduction obtenue par Julien ?

$$\frac{15}{100} \times 158 \text{ €} = \frac{15 \times 158}{100} \text{ €} = 23,70 \text{ €}.$$

Le montant de la réduction est 23,70 €

b. Patrick a obtenu une réduction de 27 € sur une console de jeu qui valait 225 €.

Quel pourcentage de réduction a-t-il obtenu ?

Réduction (en €)	27	n
Prix initial (en €)	225	100

L'égalité des produits en croix donne :

$$27 \times 100 = 225 \times n \text{ soit}$$

$$n = \frac{27 \times 100}{225} = 12$$

Le pourcentage de réduction obtenu est 12%.

c. Saïd a obtenu une baisse de 45 € sur un appareil photo, soit une baisse de 30 % du prix initial.

Quel était le prix initial de l'appareil photo ?

Réduction (en €)	45	30
Prix initial (en €)	x	100

L'égalité des produits en croix donne :

$$45 \times 100 = 30 \times x \text{ soit}$$

$$x = \frac{45 \times 100}{30} = 150$$

Le prix initial de l'appareil photo est de 150 €.

Exercices d'entraînement

13 Placement

Luc a placé un capital de 1 500 € à sa banque le 1^{er} janvier 2007 à un taux d'intérêts annuel de 6 %. Cela signifie que chaque année la banque rajoute au capital 6 % de ce capital.

a. Quel sera le capital de Luc le 01/01/2008 ?

Intérêt annuel (en €)	x	6
Capital initial (en €)	1500	100

L'égalité des produits en croix donne :

$$6 \times 1500 = 100 \times x \text{ soit}$$

$$x = \frac{6 \times 1500}{100} = 90$$

Le capital de Luc le 01/01/2008 est de :

$$1500 + 90 = 1\,590 \text{ €}.$$

b. Quel sera le capital de Luc le 01/01/2009 ?

Intérêt annuel (en €)	x	6
Capital initial (en €)	1590	100

L'égalité des produits en croix donne :

$$6 \times 1590 = 100 \times x \text{ soit}$$

$$x = \frac{6 \times 1590}{100} = 95,40$$

Le capital de Luc le 01/01/2009 est de :

$$1590 + 95,4 = 1\,685,40 \text{ €}.$$

c. Quel pourcentage de son capital de départ Luc aura-t-il gagné en deux ans ?

$$1\,685,40 - 1500 = 185,40.$$

En deux ans Luc aura gagné : 185,40 €.

Intérêts accumulés en deux ans (en €)	185,40	n
Capital initial (en €)	1500	100

L'égalité des produits en croix donne :

$$100 \times 185,40 = 1500 \times n \text{ soit}$$

$$n = \frac{100 \times 185,40}{1500} = 12,36$$

Luc aura gagné 12,36 % de son capital de départ en 2 ans.

(Attention : ce n'est 12% car les intérêts la seconde année se calculent aussi sur les intérêts touchés la première année !)

14 Biodiversité

Le Brésil est considéré comme représentant les 20 % de la biodiversité mondiale, avec 50 000 espèces de plantes, 5 000 vertébrés, 10 à 15 millions d'insectes et des millions de micro-organismes. (source : fr.wikipedia.org)



Calcule le nombre estimé d'espèces de plantes, de vertébrés et d'insectes sur Terre.

50 000 espèces représentant les 20% du total, le nombre estimés d'espèces de plantes est donc de 250 000 espèces.

Le nombre estimé d'espèces de vertébrés est 10 fois moins important, soit 25 000 espèces.

Le nombre estimé d'insectes sur Terre est entre 50 et 75 millions.

15 Énergies renouvelables

Le bois est une énergie peu coûteuse et très répandue. En France, en 2005, le chauffage au bois produit l'équivalent de 9 millions de tonnes de pétrole (Mtep) par an, soit 3,3 % des besoins en énergie. Il faut savoir qu'il existe aussi une nouvelle génération de chaudières à bûches pour le chauffage central [...] qui présentent de multiples avantages notamment des émissions polluantes réduites [...]. En 2005, la part des énergies renouvelables dans la consommation d'énergie est de 6,3 %. (source : www.ciele.org)

a. Quels étaient les besoins énergétiques en Mtep (arrondis à l'unité) en France en 2005 ?

Le chauffage au bois produit l'équivalent de 9 millions de tonnes de pétrole (Mtep) par an, soit

3,3 % des besoins en énergie, soit $\frac{3,3}{100}$ des besoins en énergie.

$$9 \div \frac{3,3}{100} \approx 273$$

Les besoins en énergie sont donc environ de 273 Mtep par an.

b. Quelle quantité les énergies renouvelables représentent-elles en France en 2005 en Mtep ?

$$273 \times 6,3 \% = \frac{273 \times 6,3}{100} = 17,2$$

Les énergies renouvelables représentent en France en 2005 environ 17,2 Mtep.

16 Crue

Lors de la crue de l'Ouvèze (affluent du Rhône) qui fit 42 morts le 22 septembre 1992, on a estimé que le débit de cette rivière avait atteint un maximum de $1\,100 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ alors que le débit moyen est de $5,2 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$. Quel pourcentage d'augmentation cela représente-t-il ?

$$1\,100 - 5,2 = 1094,8$$

L'augmentation du débit est de $1094,8 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$.

augmentation du débit (en $\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$)	1094,8	n
Débit moyen (en $\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$)	5,2	100

L'égalité des produits en croix donne :

$$100 \times 1094,8 = 5,2 \times n \text{ soit}$$

$$n = \frac{100 \times 1094,8}{5,2} \approx 21\,054$$

Cela représente une augmentation de 21 054 %.

17 Économie d'énergie

À la suite de travaux d'isolation dans sa maison, d'un montant de 1 470 €, Yann calcule qu'il gagnera 15 % sur sa facture annuelle de chauffage. Sa facture précédente était de 980 €.

a. Au bout de combien d'années, si ses besoins en chauffage restent constants, Yann aura-t-il amorti ses travaux ?

$$\frac{15}{100} \times 980 = 0,15 \times 980 = 147$$

En une année il économise 147 €.

Sachant que les travaux lui ont coûté 1 470 €, il lui faudra 10 ans pour amortir ses travaux.

b. Quelle sera l'économie réalisée sur 20 ans ?

Sur 20 ans il gagnera 1 470 €.

18 Consommation d'essence

La voiture de Samy consomme 8 L d'essence à 100 km/h et 10 L d'essence à 120 km/h.

a. De 100 km/h à 120 km/h quel est le pourcentage d'augmentation de la vitesse ?

Pour une vitesse initiale de 100 km/h l'augmentation de la vitesse est 20 km/h.

Le pourcentage d'augmentation de la vitesse est donc 20 %.

b. De 100 km/h à 120 km/h quel est le pourcentage d'augmentation de la consommation ?

Augmentation de la consommation débit (en L)	2	n
Consommation initiale (en L)	8	100

L'égalité des produits en croix donne :

$$100 \times 2 = 8 \times n \text{ soit}$$

$$n = \frac{200}{8} = 25$$

Le pourcentage d'augmentation de la consommation est 25 %.

19 Multiples

Parmi tous les nombres entiers compris entre 0 et 1 000 (0 et 1 000 inclus) combien, en pourcentage, sont des multiples de 13 ?

Le plus petit multiple de 13 compris entre 0 et 1000 est 0 (13×0).

Le plus grand multiple de 13 compris entre 0 et 100 est 988 (13×76). Il y a donc 77 multiples de 13 entre 0 et 1 000.

Il y a 1 001 nombres entiers entre 0 et 1 000.

nombre de multiples de 13 entre 0 et 1000	77	n
Nombre d'entiers entre 0 et 1000	1 001	100

L'égalité des produits en croix donne :

$$100 \times 77 = 1\,001 \times n \text{ soit}$$

$$n = \frac{7700}{1001} \approx 7,69$$

Le pourcentage des multiples de 13 parmi les nombres entre 0 et 1000 est de 7,69 %.

Sésamath Sésamath

Exercices d'entraînement

20 Crédit

Lucien veut emprunter 3 000 €.
À quelle banque va-t-il s'adresser ?

Banque du Nord	Banque du Sud
Coût du crédit : 2,5 % du capital emprunté	Coût du crédit : 3,2 % du capital emprunté
Assurance : 200 €	Assurance : 155 €

Avec la banque du Nord:

$$\frac{2,5}{100} \times 3000 = 0,025 \times 3000 = 75$$

Le crédit coûte 75 €. Le prêt à la banque du Nord lui coûtera en tout $200 + 75 = 275$ €.

Avec la banque du Sud:

$$\frac{3,2}{100} \times 3000 = 0,032 \times 3000 = 96$$

Le crédit coûte 96 €. Le prêt à la banque du Sud lui coûtera en tout $155 + 96 = 251$ €.

Finalement, il vaut mieux qu'il s'adresse à la banque du Sud.

Vitesse

21 Records

a. Le record du monde du 100 m est détenu au 15/06/2006 par Asafa Powell en 9,77 s. Quelle a été sa vitesse en m/s lors de sa course ?

$$v = \frac{d}{t} = \frac{100 \text{ m}}{9,77 \text{ s}} \approx 10,24 \text{ m/s}$$

b. Le record du monde du 10 000 m est détenu au 26/08/2005 par Kenenisa Bekele en 26 min 17,53 s. Quelle a été sa vitesse en m/s puis en km/h lors de sa course ?

$$26 \text{ min } 17,53 \text{ s} = 26 \times 60 \text{ s} + 17,53 \text{ s}$$

$$26 \text{ min } 17,53 \text{ s} = 1577,53 \text{ s}$$

$$v = \frac{d}{t} = \frac{10000 \text{ m}}{1577,53 \text{ s}} \approx 6,34 \text{ m/s}$$

6,34 m.s⁻¹ signifie que l'on parcourt...

$$6,34 \text{ m} \quad \text{en} \quad 1 \text{ s}$$

$$0,006 \text{ 34 km} \quad \text{en} \quad 1 \text{ s}$$

$$0,006 \text{ 34 km} \times 3 \text{ 600} \quad \text{en} \quad 3 \text{ 600 s}$$

$$22,824 \text{ km} \quad \text{en} \quad 1 \text{ h}$$

$$\text{Donc : } 6,34 \text{ m.s}^{-1} = 22,824 \text{ km.h}^{-1}.$$

22 En route vers les vacances

Cynthia est partie de chez elle à 8 h 30 et est arrivée à son lieu de vacances à 16 h 50 après avoir parcouru 625 km en voiture.
Quelle a été la vitesse moyenne du trajet ?

$$16 \text{ h } 50 - 8 \text{ h } 30 = 8 \text{ h } 20.$$

$$\text{Le trajet a duré } 8 \text{ h } 20.$$

$$\text{Or } 8 \text{ h } 20 \text{ min} = 30 \text{ 000 s}$$

$$v = \frac{d}{t} = \frac{625000 \text{ m}}{30000 \text{ s}} \approx 20,833 \text{ m.s}^{-1}$$

20,833 m.s⁻¹ signifie que l'on parcourt...

$$20,833 \text{ m} \quad \text{en} \quad 1 \text{ s}$$

$$0,020 \text{ 833 km} \quad \text{en} \quad 1 \text{ s}$$

$$0,020 \text{ 833 km} \times 3 \text{ 600} \quad \text{en} \quad 3 \text{ 600 s}$$

$$75 \text{ km} \quad \text{en} \quad 1 \text{ h}$$

La vitesse moyenne du trajet est de 75 km.h⁻¹.

23 Le lièvre et la tortue

Jeannot Lapin et Louise Tortue décident de faire une course sur une distance de 500 m. Jeannot, sûr de lui laisse partir Louise et décide de ne s'élancer à 50 km/h que quand Louise partie à 2 km/h sera à 20 m de la ligne d'arrivée.
Que va-t-il se passer ?

Louise Tortue parcourt 2 000 m en 3 600 s. pour faire les 20 m restants il lui faudra 36 s.

Jeannot Lapin parcourt 50 000 m en 3 600 s donc en 36 s il parcourt 500 m.

Ils arriveront ensemble sur la ligne d'arrivée !

24 L'éruption du Mont Saint Helens 1980

Une nuée ardente composée de gaz surchauffés, de cendre, de pierre ponce et de roche pulvérisée s'échappe latéralement à une vitesse initiale de 350 km/h et accélère rapidement pour atteindre les 1 080 km/h.
(source : fr.wikipedia.org)



Quelle distance (en km) la nuée ardente a-t-elle parcourue en 30 s à sa vitesse maximale ?

1080 km / h signifie que la nuée parcourt...

$$1080 \text{ km} \quad \text{en} \quad 3600 \text{ s}$$

$$1080 \text{ km} : 120 \quad \text{en} \quad 3600 \text{ s} : 120$$

$$9 \text{ km} \quad \text{en} \quad 30 \text{ s}$$

25 Histoire de trains

Le TGV « Nord » part de Lille à 10 h 20 vers Paris à la vitesse de 227 km.h^{-1} et le TGV « Sud » part de Paris à 10 h 30 vers Lille à la vitesse de 239 km.h^{-1} . La distance Lille-Paris est environ de 220 km par le train. Ces deux trains vont-ils se croiser avant 10 h 53 ?

$$10 \text{ h } 53 - 10 \text{ h } 20 = 33 \text{ min.}$$

Le TGV « Nord » roule pendant 33 min :

$$\text{il parcourt alors } \frac{227 \text{ km}}{60} \times 33 = 124,85 \text{ km}$$

Le TGV « Sud » roule pendant 33 min : il

$$\text{parcourt alors } \frac{239 \text{ km}}{60} \times 33 = 91,62 \text{ km}$$

$124,85 \text{ km} + 91,62 \text{ km} < 220 \text{ km}$ donc les deux trains ne se croiseront pas avant 10 h 53.

26 Vitesse de la lumière

Des réflecteurs posés sur le sol lunaire en 1969 servent à mesurer le temps mis par la lumière pour faire un aller-retour de la Terre à la Lune. Des mesures récentes montrent que la lumière met en moyenne 2,564 s pour faire ce trajet alors que la distance Terre-Lune est d'environ 384 402 km. Calcule une valeur approchée de la vitesse de la lumière.

$$v = \frac{d}{t} = \frac{384402 \text{ km} \times 2}{2,564 \text{ s}} \approx 299846 \text{ km/s}$$

Une valeur approchée de la vitesse de la lumière est 299846 km / s.

27 Un camion a effectué un trajet illustré par le graphique ci-dessous :



a. Quelle est la durée totale de son trajet? Quelle distance totale a-t-il parcourue?

Entre 10 h et 11 h il fait 60 km.

Entre 11 h et 12 h 15 il se repose.

Entre 12 h 15 et 13 h il fait 80 km.

Donc son trajet dure 3 h, il a parcouru 140 km.

b. Calcule sa vitesse moyenne sur tout le trajet.

$$v = \frac{d}{t} = \frac{140 \text{ km}}{3 \text{ h}} \approx 46,7 \text{ km/h}$$

Sa vitesse moyenne sur tout le trajet est d'environ 46,7 km / h.

28 Terre

La vitesse orbitale de la Terre autour du Soleil est environ 29,783 km/s.
(source : fr.wikipedia.org)



Quelle distance parcourt la Terre autour du soleil en un an (environ 365,256 96 jours)?

$$365,256 \text{ 96 jours} = 365,256 \text{ 96} \times 24 \text{ h}$$

$$365,256 \text{ 96 jours} = 8 \text{ 766,16 704} \times 3 \text{ 600 s}$$

$$365,256 \text{ 96 jours} = 31 \text{ 558 201,34 s.}$$

$$d = v \times t = 29,783 \text{ km / s} \times 31 \text{ 558 201,34 s}$$

$$d \approx 939897911 \text{ km.}$$

En un an la Terre parcourt autour du Soleil une distance d'environ 939 897 911 km.

Exercices d'approfondissement

29 Fractions et pourcentages

Quel pourcentage représentent les $\frac{9}{50}$ des $\frac{2}{3}$ d'une quantité donnée ?

$$\frac{9}{50} \times \frac{2}{3} = \frac{2 \times 9}{3 \times 50} \text{ soit } \frac{6}{50} = \frac{12}{100} \text{ ou } 12\%$$

30 Croissants et chocolatinnes

Deux croissants et cinq chocolatinnes coûtent 4,50 €. Quatre croissants et neuf chocolatinnes coûtent 8,28 €.

a. Combien coûtent quatre croissants et dix chocolatinnes ?

Quatre croissants et dix chocolatinnes coûtent le double de 2 croissants et 5 chocolatinnes c'est à dire :

$$2 \times 4,50 = 9 \text{ €}.$$

b. En déduire le prix d'une chocolatinne puis celui d'un croissant.

On connaît le prix de quatre croissants et dix chocolatinnes et le prix de quatre croissants et neuf chocolatinnes.

Par soustraction, on peut donc trouver le prix d'une chocolatinne qui est de :

$$9 - 8,28 = 0,72 \text{ €}.$$

Comme deux croissants et cinq chocolatinnes coûtent 4,50 €, on en déduit que deux croissants coûtent $4,5 - 0,72 \times 5 = 0,9 \text{ €}$.

Le prix d'un croissant est donc de 0,45 €

31 Et de trois

a. J'ai acheté 12 m de ruban pour 5,40 €. Combien coûtent 7 m de ruban ?

$$5,4 \times \frac{7}{12} = 3,15 \text{ €}$$

7 m de ruban coûtent 3,15 €.

b. J'ai utilisé 50 kg de semences pour un terrain de 1 600 m².

Quelle surface aurais-je pu ensemer avec 90 kg de semences ?

$$1600 \times \frac{90}{50} = 2880 \text{ m}^2$$

J'aurais pu ensemer 2880 m².

c. En roulant à une vitesse moyenne de 72 km/h, quelle est la distance parcourue en 25 min ?

$$25 \text{ min c'est } \frac{25}{60} \text{ h et } 72 \times \frac{25}{60} = 30 \text{ km}$$

La distance parcourue en 25 min est de 30 km.

32 Unités américaines

Aux États-Unis, les températures se mesurent en degrés Fahrenheit (°F) et les distances routières en miles (mi).

a. 77°F équivaut à 25°C et 86°F équivaut à 30°C.

Les mesures des températures dans ces deux unités sont-elles proportionnelles ?

Non.

Température en °F	77	86
Température en °C	25	30

$$77 \times 30 = 2\,310$$

$$25 \times 86 = 2\,150$$

Les produits en croix ne sont pas égaux donc il ne s'agit pas d'une situation de proportionnalité.

b. 250 mi représentent une distance de 402,336 km. 1250 mi représentent une distance de 2 011,68 km.

Les mesures des distances dans ces deux unités sont-elles proportionnelles ?

Oui

Distance en mi	Distance en km
250	402,336
1250	2011,68

$$250 \times 2\,011,68 = 502\,920$$

$$1\,250 \times 402,336 = 502\,920$$

Les produits en croix sont égaux donc il s'agit d'une situation de proportionnalité.

33 Extrait du brevet

Le 1^{er} octobre 1993, le débit de la Durance (un affluent du Rhône) était de $x \text{ m}^3$ par seconde. Après une semaine de pluie, le débit augmentait de 30 %.

a. Sachant que le débit était alors de 143 m³ par seconde, calculer le débit initial x .

Après augmentation de 30% le débit est :

$$\frac{130}{100} x = 1,3 x = 143 \text{ donc } x = \frac{143}{1,3} = 110 \text{ m}^3/\text{s}.$$

b. Une semaine après, le débit baissait de 30 %.

Calculer le nouveau débit.

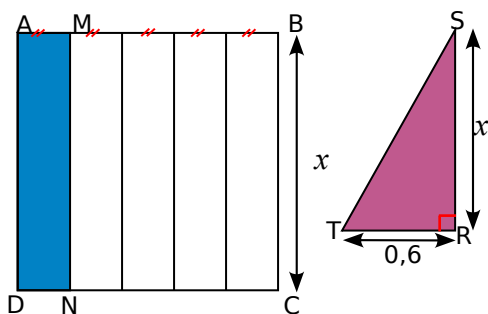
$$\text{Après baisse de 30\% le débit est } \frac{70}{100} = 0,7 \text{ fois l'ancien donc } 0,7 \times 143 = 100,1 \text{ m}^3/\text{s}$$

Exercices d'approfondissement

34 Situations de proportionnalité ?

a. Sachant que ABCD est un carré, complète ce tableau permettant de calculer l'aire du rectangle AMND et l'aire du triangle SRT rectangle en R. Écris sur ton cahier les calculs nécessaires.

Dimension x	1	2	3	4	5
Aire de AMND (en cm^2)	0,2	0,8	1,8	3,2	5
Aire de SRT (en cm^2)	0,3	0,6	0,9	1,2	1,5



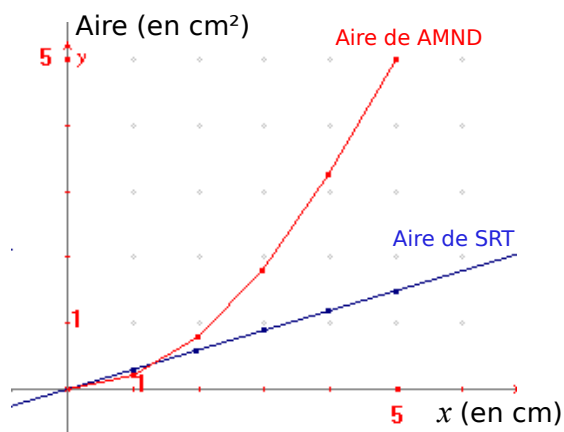
b. En justifiant ta réponse, indique si ces situations correspondent ou non à des situations de proportionnalité.

L'aire du rectangle est $x \times x/5$ donc $x^2/5$ qui n'est pas proportionnelle à x .

L'aire du triangle est $x \times 0,6/2$ donc $0,3 x$ qui est proportionnelle à x .

c. Représente graphiquement l'aire de AMND en fonction de x

d. Représente graphiquement l'aire de RST en fonction de x



35 Mercure

Le mercure est un métal liquide à température ambiante. Un centimètre-cube de mercure pèse 13,6 g.

a. Combien pèsent 24 m^3 de mercure ? Donne ton résultat dans une unité adaptée.

$$24 \text{ m}^3 = 24\,000\,000 \text{ cm}^3$$

$$24\,000\,000 \times 13,6 \text{ g} = 326\,400\,000 \text{ g} \\ = 326\,400 \text{ kg} = 326,4 \text{ t}$$

24 m^3 de mercure pèsent 326,4 t.

b. Peut-on faire tenir 10 kg de mercure, dans une bouteille vide de contenance 1 L ?

$$10 \text{ kg} = 10\,000 \text{ g}$$

$$10000 \div 13,6 \sim 735,29 \text{ cm}^3 \text{ qui est inférieur à } 1 \text{ L} (1 \text{ L} = 1 \text{ dm}^3 = 1000 \text{ cm}^3)$$

Donc on peut faire tenir 10 Kg de mercure dans 1L.

36 Densité de population

La densité de population mesure le nombre moyen d'habitants par km^2 . En France métropolitaine, en 2006, elle est de 109 habitants au km^2 , pour une superficie de $547\,030 \text{ km}^2$.

a. Quel est le nombre d'habitants en France métropolitaine en 2006 ?

$$547030 \times 109 = 59\,626\,270$$

En 2006, il y a 59 626 270 habitants en France métropolitaine.

b. La densité de population, en 2006, à Monaco est 16 239 habitants au km^2 .

Quel serait le nombre d'habitants en France métropolitaine avec la même densité de population que Monaco ?

$$547030 \times 16239 = 8\,883\,220\,170$$

Avec la même densité de population que Monaco, il y aurait 8 883 220 170 en France.

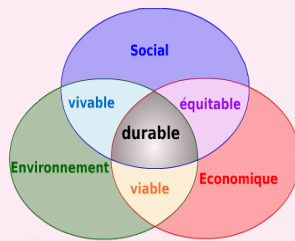
c. La superficie de Monaco est $1,95 \text{ km}^2$. Quel serait le nombre d'habitants à Monaco si ce pays avait la même densité de population que la France métropolitaine ?

$$1,95 \times 109 \sim 213$$

Il y aurait 213 habitants à Monaco si ce pays avait la même densité de population que la France métropolitaine.

Exercices d'approfondissement

37 Empreinte écologique



L'empreinte écologique a pour objectif d'évaluer la charge écologique correspondant à une activité, une population, une nation... En d'autres termes, la surface et les ressources nécessaires pour maintenir un niveau de vie constant et assurer l'élimination des déchets produits. Elle se calcule en hectares. Si l'on considère la superficie totale de la Terre, on peut utiliser 1,5 ha par personne (pour 6 milliards de personnes). Un Européen a besoin de 5 ha pour maintenir son niveau de vie. (source : <http://fr.wikipedia.org/wiki/Accueil>)

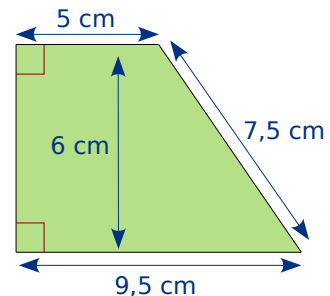
Si tout le monde consommait comme un Européen, combien faudrait-il de planètes supplémentaires ?

$$5 \div 1,5 = 3,33$$

Il faudrait 3 planètes supplémentaires si tout le monde consommait comme un Européen.

38 Sur un plan

Cette figure représente un terrain à l'échelle 1/1 000.



a. Quelle est l'aire réelle de ce terrain ?

Les longueurs réelles sont multipliées par 1 000. Ainsi 5 cm sur le plan correspond à 5 dam dans la réalité.

$$(5 + 9,5) \times 6 \div 2 = 43,5 \text{ dam}^2 = 4350 \text{ m}^2.$$

L'aire réelle de ce terrain est de 4350 m².

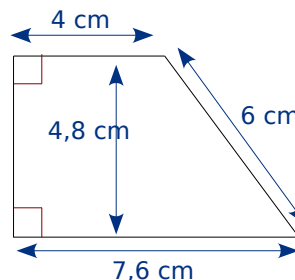
b. On souhaite clôturer ce terrain avec un grillage. Quelle longueur de grillage faut-il prévoir ?

$$5 + 7,5 + 9,5 + 6 = 28 \text{ dam} = 280 \text{ m}$$

Il faut prévoir 280 m de grillage.

c. Réalise un dessin de ce terrain à l'échelle 1/1 250.

Il faut diviser toutes les longueurs par 1250/1000 donc 1,25. (ou les multiplier par 0,8)



(réalisé échelle 1/2 si affichage à 100%)

39 Effet de serre

À Kyoto, en juillet 2006, 156 états se sont engagés à réduire leurs émissions de six gaz à effet de serre de 5,2 % entre 2008 et 2012 par rapport au niveau de 1990. Le protocole de Kyoto n'a pas été ratifié par les États-Unis et l'Australie. Les États-Unis sont pourtant le premier émetteur mondial (20 % des émissions de gaz à effet de serre). (source : <http://fr.wikipedia.org>)

Si les États-Unis réduisaient leurs émissions de gaz à effet de serre de 5,2 %, quelle serait la baisse des émissions de gaz à effet de serre sur la Terre ?

$$5,2\% \times 20\% = \frac{5,2}{100} \times \frac{20}{100} = \frac{104}{10000} \\ = \frac{1,04}{100} = 1,04\%$$

La baisse pour la Terre serait de 1,04 %

40 Géométrie

a. On augmente de 20 % la longueur d'un carré de côté 8 cm. De quel pourcentage augmente alors son aire ?

$$8 \times 1,2 = 9,6$$

Le côté du carré agrandi sera de 9,6 cm.

$$9,6 \times 9,6 = 92,16 \text{ cm}^2.$$

L'aire du carré agrandi sera de 92,16 cm².

$$92,16 \div 64 = 1,44$$

L'aire augmente de 44 % (remarque : ce pourcentage ne dépend pas de la longueur initiale du côté du carré.)

b. On augmente de 15 % la longueur et de 30 % la largeur d'un rectangle de dimensions 30 cm sur 20 cm. De quel pourcentage augmente alors son aire ?

$$30 \times 1,15 = 34,5 \text{ et } 20 \times 1,30 = 26$$

Les dimensions du rectangle agrandi seront de 34,5 cm sur 26 cm.

$$34,5 \times 26 = 897 \text{ cm}^2.$$

L'aire du rectangle agrandi sera de 897 cm².

$$897 \div 600 = 1,495$$

L'aire augmente de 49,5 %

c. On augmente de 20 % la longueur et on diminue de 20 % la largeur d'un rectangle de dimensions 30 cm sur 20 cm. Quelle est, en pourcentage, la variation de son aire ?

$$30 \times 1,20 = 36 \text{ et } 20 \times 0,8 = 16$$

Les dimensions du rectangle agrandi seront de 36 cm sur 16 cm.

$$36 \times 16 = 576 \text{ cm}^2.$$

L'aire du rectangle agrandi sera de 576 cm².

$$576 \div 600 = 0,96$$

L'aire diminue de 4 %

41 Sur autoroute

François part de Valenciennes en direction de Reims par autoroute à 10 h en roulant à une vitesse constante de 102 km/h. Nathalie prend le même parcours 25 minutes plus tard en roulant à une vitesse constante de 126 km/h.

a. À quelle distance de Valenciennes se trouvent François et Nathalie à 11 h ?

A 11h, François a roulé 1 h, il a donc parcouru 102km.

Nathalie a roulé 60 - 25 = 35 min et a parcouru

$$126 \times \frac{35}{60} = 73,5 \text{ km.}$$

b. À quelle heure et à quelle distance de Valenciennes Nathalie va-t-elle rattraper François ?

Au bout de m minutes, Nathalie a roulé $(m - 25)$

minutes soit $(m - 25) \times \frac{126}{60}$ km et François a

roulé $m \times \frac{102}{60}$ km.

Nathalie rattrape François quand les 2 distances sont identiques, à savoir :

$$(m - 25) \times \frac{126}{60} = m \times \frac{102}{60} \text{ ou encore :}$$

$$(m - 25) \times 126 = m \times 102 \text{ soit}$$

$$126m - 3150 = 102m \text{ d'où}$$

$$24m = 3150 \text{ et}$$

$$m = 131,25 \text{ minutes} = 2\text{h}11 \text{ min } 15\text{s.}$$

La distance parcourue est alors :

$$131,25 \times \frac{102}{60} = 223,125 \text{ km.}$$

Ils se retrouvent à 223,125 km de Valenciennes à 12 h 11 min 15s.

42 Histoire de trains (bis)

Un train A roule à la vitesse moyenne de 100 km/h. Un train B roule à la vitesse moyenne de 120 km/h.

À 9 h, le train A part de Lille pour Lyon et le train B part de Lyon pour Lille.

La distance Lille-Lyon est 660 km par le train.

a. À quelle distance de Lille se trouveront ces trains à 11 h ? À 11 h 30 ?

A 11 h :

Le train A a roulé 2h et parcouru :

$$2 \times 100 \text{ km} = 200 \text{ km}$$

A 11 h, le train A se trouvera à 200 km de Lille.

Le train B a roulé 2h et parcouru :

$$2 \times 120 \text{ km} = 240 \text{ km}$$

$$660 \text{ km} - 240 \text{ km} = 420 \text{ km}$$

A 11 h, le train B se trouvera à 420 km de Lille.

A 11h30 :

Le train A a roulé 2,5h et parcouru :

$$2,5 \times 100 \text{ km} = 250 \text{ km}$$

A 11h30, le train A se trouvera à 250 km de Lille.

Le train B a roulé 2,5h et parcouru :

$$2,5 \times 120 \text{ km} = 300 \text{ km}$$

$$660 \text{ km} - 300 \text{ km} = 360 \text{ km}$$

A 11h30, le train B se trouvera à 360 km de Lille.

b. À quelle heure les trains A et B vont-ils se croiser ?

Au bout de h heures, le train A a parcouru $100h$ km et le train B $120h$ km.

Au moment où ils se rencontrent, ils doivent avoir parcouru les 660 km à eux deux :

$$100h + 120h = 660 \text{ donc}$$

$$220h = 660 \text{ et}$$

$$h = 3 \text{ heures.}$$

Ils se croisent à 12 h.

c. À quelle distance de Lyon se trouveront alors les trains ?

Le train B a parcouru :

$$120 \text{ km} \times 3 = 360 \text{ km}$$

Ils se trouveront alors à 360 km de Lyon.

Se tester avec le QCM!

		R1	R2	R3	R4																						
1	Il y a proportionnalité entre...	la taille et l'âge d'un homme ou d'une femme	la circonférence d'un cercle et son rayon	l'aire d'un disque et son rayon	un prix en dollars et ce même prix en euros																						
2	Dans quel(s) cas a-t-on un tableau de proportionnalité ?	<table><tr><td>2</td><td>x</td></tr><tr><td>3</td><td>y</td></tr></table> avec $x = \frac{2}{3} y$	2	x	3	y	<table><tr><td>AD</td><td>AE</td><td>DE</td></tr><tr><td>AB</td><td>AC</td><td>BC</td></tr></table> sachant que $D \in [AB]$, $E \in [AC]$, $(DE) \parallel (BC)$	AD	AE	DE	AB	AC	BC	<table><tr><td>2</td><td>4</td><td>6</td></tr><tr><td>3</td><td>5</td><td>7</td></tr></table>	2	4	6	3	5	7	<table><tr><td>a</td><td>b</td><td>c</td></tr><tr><td>d</td><td>e</td><td>f</td></tr></table> avec $ae = bd$ et $af = dc$	a	b	c	d	e	f
2	x																										
3	y																										
AD	AE	DE																									
AB	AC	BC																									
2	4	6																									
3	5	7																									
a	b	c																									
d	e	f																									
3	<table><tr><td>32</td><td>8</td></tr><tr><td>x</td><td>3</td></tr></table> est un tableau de proportionnalité. On a alors...	32	8	x	3	$32 = 8 + 24$ donc $x = 3 + 24$	$32 = 8 \times 4$ donc $x = 3 \times 4$	$x = \frac{32 \times 8}{3}$	$x = \frac{3}{8} \times 32$																		
32	8																										
x	3																										
4	v est la vitesse moyenne, d la distance parcourue et t le temps de parcours donc...	$v = \frac{t}{d}$	$d = v \times t$	$t = d \times v$	$t = \frac{d}{v}$																						
5	Un escargot parcourt 2,4 m à la vitesse moyenne de 1 m.h ⁻¹ en...	2,4 h	2 h 40 min	2 h 24 min	2 h 4 min																						
6	Un automobiliste parcourt 230 km en 2 h 30 min. Sa vitesse moyenne est...	100 km.h ⁻¹	92 km.h ⁻¹	environ 25,6 m.s ⁻¹	25,555 m.s ⁻¹																						
7	Un cycliste roule 21 min à la vitesse moyenne de 20 km.h ⁻¹ . Pour calculer la distance parcourue en km, on effectue...	21 × 20	0,21 × 20	$\frac{21}{60} \times 20$	20 ÷ 0,35																						
8	Augmenter un prix de 100 % revient à...	le multiplier par 2	lui ajouter 100	lui ajouter ce prix lui-même	le multiplier par 100																						
9	Lors d'une assemblée générale, 847 personnes ont adopté les comptes. Cela représente 77 % du nombre total N de votants.	N est égal à 77 % de 847	$\frac{77}{100} N = 847$	$\frac{N}{77} = \frac{847}{100}$	$\frac{847}{N} = \frac{77}{100}$																						
10	Dans un magasin, le prix d'un article augmente de 20 % puis quelques temps plus tard baisse de 20 %. Finalement...	son prix n'a pas changé	son prix a augmenté de 4 %	son prix a baissé de 4 %	on ne peut rien dire : cela dépend du prix initial																						

À vélo

Un cycliste sait qu'il va deux fois plus vite en descente que sur du plat mais par contre qu'il va deux fois moins vite en montée que sur du plat. Pour aller au même endroit, il a le choix entre deux trajets de même longueur : l'un tout plat, l'autre, moitié en montée, moitié en descente.

A-t-il raison de penser qu'il mettra le même temps sur les deux trajets ?

X sa vitesse sur le plat et D la distance totale :

Sur le parcours à plat il roule durant D/X

Sur l'autre parcours, il monte sur une distance de $D/2$ à la vitesse de $X/2$ soit une durée de :

$(D/2)/(X/2) = D/X$ Il fait déjà le même temps en montée donc ce n'est pas intéressant !

Rendez-vous

Abdel et Justine ont rendez-vous à égale distance de leurs domiciles respectifs.

Abdel part à 15 heures de chez lui et roule à la vitesse moyenne de 70 km.h^{-1} .

Justine part 12 minutes plus tard pouvant rouler à la vitesse moyenne de 90 km.h^{-1} .

Ils arrivent en même temps !

À quelle heure ?

D l'égale distance (en km) à parcourir et T la durée en heures du parcours.

On doit avoir :

Pour Abdel : $70 = D/T$ ou $D = 70 T$

et pour Justine, 12 minutes c'est 0,2h : $90 = D/(T-0,2)$ ou $D = 90 (T-0,2)$

On doit avoir $70 T = 90 (T-0,2)$ soit

$70T = 90T - 18$ et $20T = 18$ donc $T = 0,9$

0,9h c'est 54 minutes, Abdel met 54 minutes et ils arrivent tous les deux à 15h 54.