CHAPITRE III

GEOMETRIE

A) Vocabulaire, définitions, notations

1) Définissez et dessinez à chaque fois une figure :

- **a)** segment
- **b)** milieu d’un segment
- **c)** demi-droite
- **d)** droites parallèles
- **e)** droites sécantes
- **f)** droites perpendiculaires
- **g)** médiatrice d’un segment
- **h)** points alignés
- **i)** cercle
- **j)** diamètre d’un cercle
- **k)** corde d’un cercle
- **l)** angle
- **m)** angle aigu
- **n)** angle obtus
- **o)** bissectrice d’un angle
- **p)** triangle équilatéral
- **q)** triangle isocèle
- **r)** triangle rectangle
- **s)** hypoténuse
- **t)** médiane d’un triangle
- **u)** hauteur d’un triangle
- **v)** trapèze
- **w)** parallélogramme
- **x)** losange
- **y)** rectangle
- **z)** carré

2) Soient deux points A et B. Expliquez les notations suivantes :

$$\mathrm{AB} \qquad (\mathrm{AB}) \qquad [\mathrm{AB}] \qquad \overset{\frown}{\mathrm{AB}} \qquad [\mathrm{AB}) \qquad [\mathrm{BA})$$

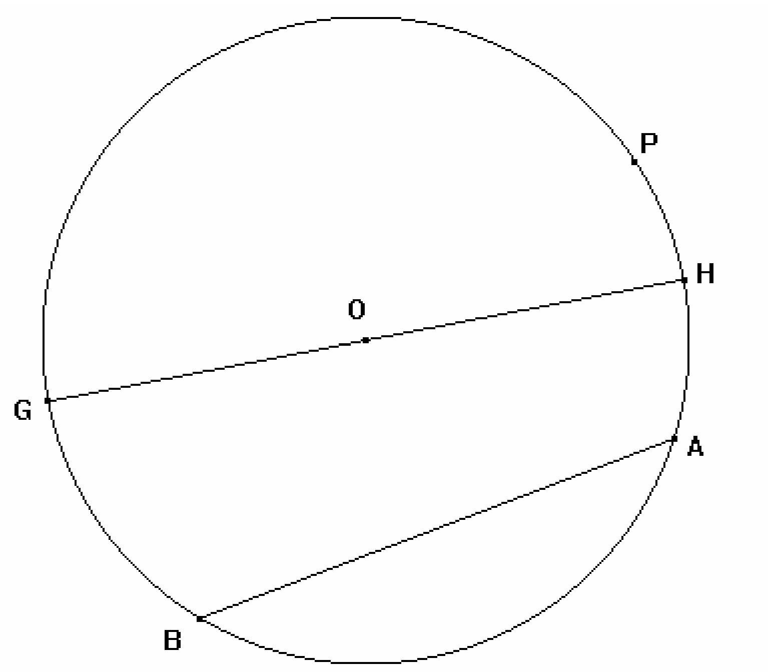
3) **a)** Combien de droites passent par 1 point donné ?

b) Combien de droites passent par 2 points distincts ?

c) Complétez : Lorsque 3 points ou plus appartiennent à la même droite, on dit qu'ils sont ………………………..

4) Quelle est la position relative de deux droites ? On demande pour chaque position : une figure, le nom et le nombre de points d'intersection.

5) On donne le cercle suivant :



Complétez les phrases suivantes :

a) O est ….

b) [OP] est ….

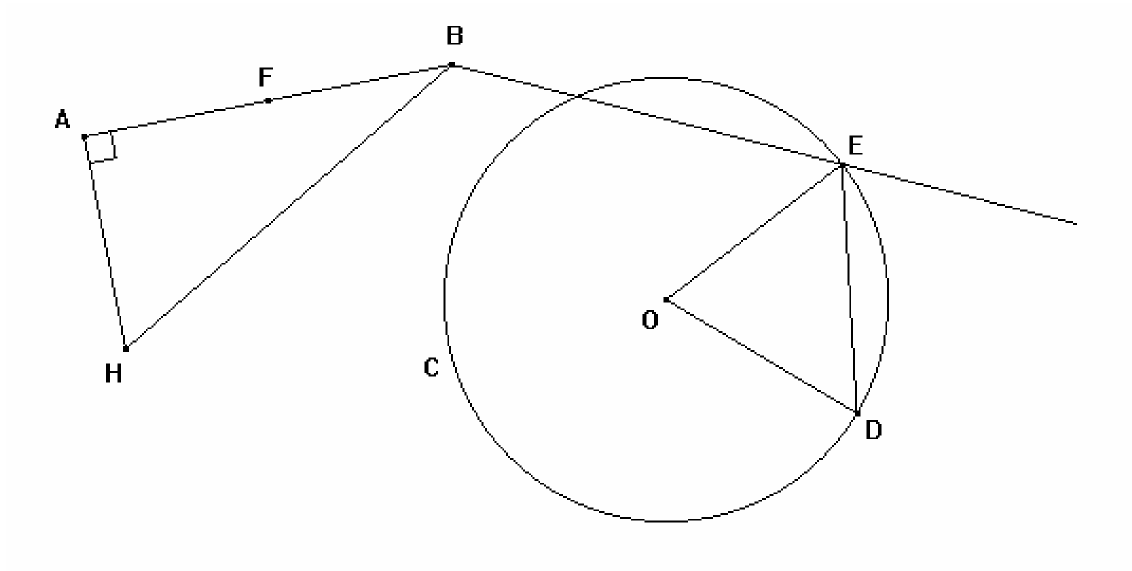
c) [AB] est ….

d) [GH] est ….

6) Complétez :

- $\widehat{KLM} = 129°$ est un angle……………………………
- $\widehat{CFL} = 180°$ est un angle……………………………
- $\widehat{GAR} = 52°$ est un angle……………………………
- $\widehat{PUB} = 90°$ est un angle……………………………
- $\widehat{BNP} = 0°$ est un angle……………………………

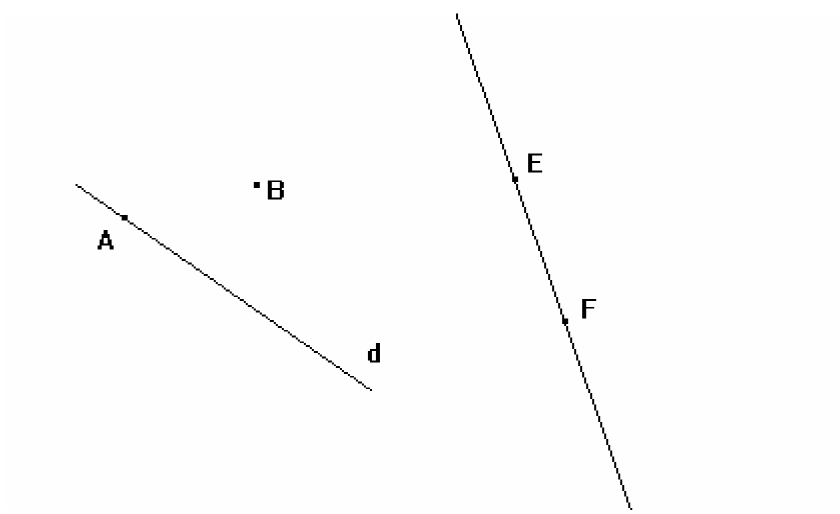
7) On donne la figure suivante :



Complétez les phrases :

A et B sont les …….. du ……….. [AB]. F est le ………. de [AB]. Le triangle (ABH) est ……. en … et [BH] est l' ……… de ce triangle. B est aussi l'………. de la ………… [BE). O est le ……. du cercle …, [OE] est un …….. de ce cercle, et [ED] est appelé ……… Le triangle OED est certainement …….. , car ……… (ajoutez une explication)

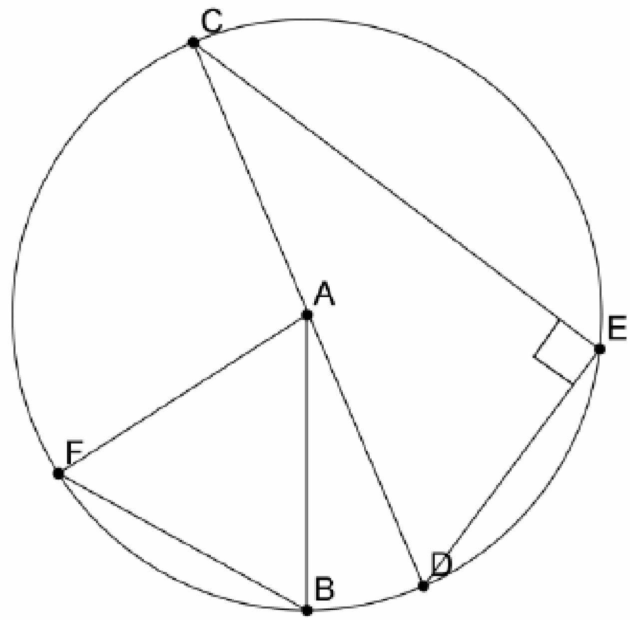
8) On donne les points A, B, E, F et la droite d :



Vérifiez si les droites et segments suivants sont sécant(e)s….

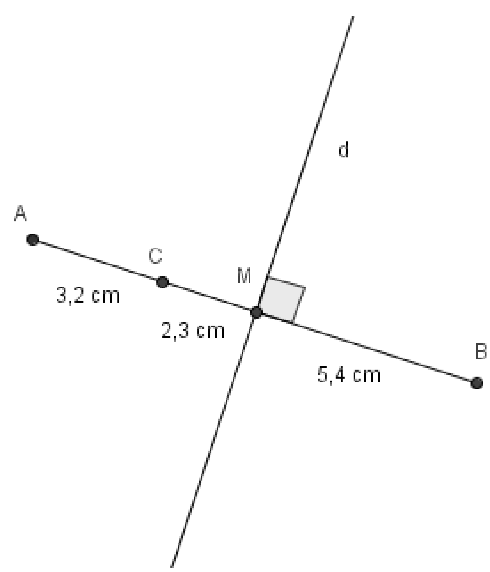
- ❖ (AB) et (EF)
- ❖ [AB] et (EF)
- ❖ [AB] et [EF]
- ❖ d et (EF)

9) Complétez le texte suivant : C et D sont les …………………………………….. du segment ………….… Le triangle DEC est ………………….. en ……. et $[CD]$ est …………………. de ce triangle. $[CD]$ est aussi un ……………………... du cercle. Le triangle FAB est un triangle ……..…….. car …………………………………….. $[ED]$ est ……………………… du cercle.

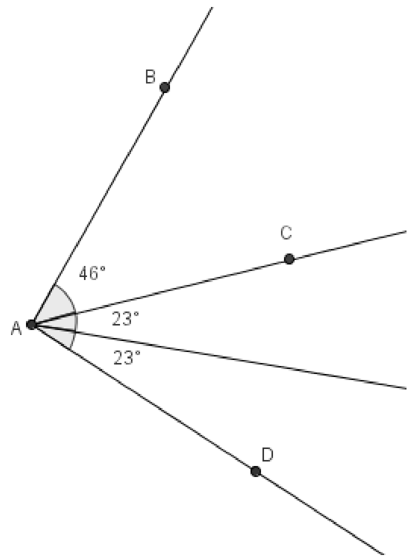


10) Vrai ou faux? Justifiez votre réponse!

a) d est la médiatrice de $[AB]$

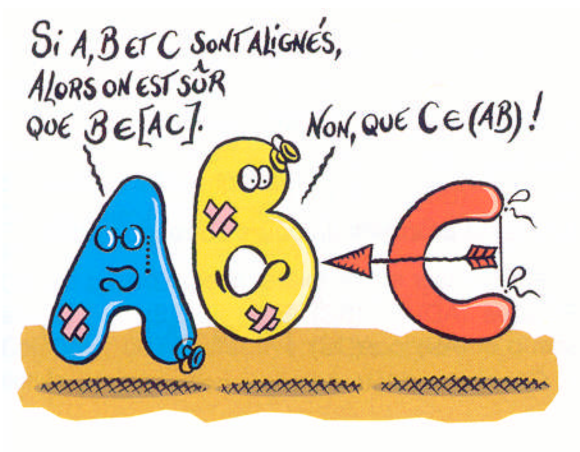


b) $[AC)$ est la bissectrice de $\widehat{BAD}$.

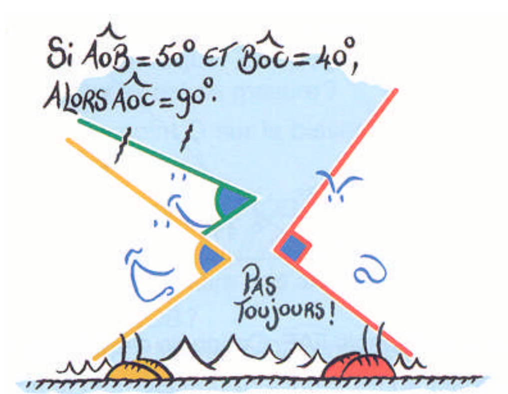


11) Qui a raison? Justifiez votre réponse!

a)



b)



12) Placez trois points A, B et C qui vérifient les deux conditions : $A \in [BC)$ et $A \notin [CB)$. Placez un point E non aligné avec A et C puis tracez (CE) en rouge et $[BE]$ en bleu.

13) Reportez le tableau suivant sur votre feuille et complétez-le (en marquant p.ex. « vrai » ou « faux » dans chaque case) :

Les **diagonales** d'un …	ont même milieu	ont même longueur	sont perpendiculaires
parallélogramme			
Rectangle			
Carré			
losange			

B) Constructions I

*Ces constructions utilisent des **droites**, **des segments**, des **médiatrices** et des **cercles**.*

14) Tracez un segment d'extrémités T et L avec $TL = 8\text{ cm}$ puis construisez (expliquez ces constructions !) les points R, S, X et M tels que :

- $R \in [TL]$ et TR = 2 cm
- S est le milieu de [RL]
- L est le milieu de [SX]
- T est le milieu de [MS]

15) Soient A et B deux points distants de 9 cm.

a) Construisez deux points C et D qui se trouvent à 7 cm de A et à 4 cm de B !

b) On appelle I le point d'intersection de (AB) et (CD). Que peut-on dire de I? Vérifiez à l'aide du compas!

c) Que peut-on dire de (AB) et de [CD] ? Justifiez votre réponse !

d) Quels sont les triangles isocèles sur la figure ?

16) Réalisez la construction suivante:

- un cercle de centre I dont le *diamètre* mesure 6 cm
- un point A qui appartient à ce cercle
- *à l'aide du compas*, construisez un point B du cercle tel que la corde [AB] mesure 4 cm et la médiatrice m du segment [AB].
- les points d'intersection C et D de la médiatrice m et du cercle.

a) Comment appelle-on le segment [CD] ? Expliquez!

b) Que pouvez-vous dire des triangles IBC et IAC?

17) Soient deux points A et b tels que $AB = 10\text{ cm}$. Dessinez en rouge les points qui se trouvent à moins de 8 cm de A, à moins de 6 cm de B et qui soient équidistants de A et de B.

18) Construisez :

- Trois points non alignés A, B et C
- (BC), (AB) et $[AC]$
- La droite d telle que $A \in d$ et $d \parallel (BC)$
- La droite d' telle que $C \in d'$ et $d' \parallel (AB)$
- Le point d'intersection D de d et de d'
- Le milieu I de $[AC]$

Que constatez-vous en observant les points B, I et D ?

19) Dessinez trois points non alignés A, B et C.

a) Construisez :

- Les droites (AB), (BC) et (AC).
- La droite perpendiculaire à (AB) qui passe par C.
- La droite perpendiculaire à (AC) qui passe par B.
- La droite perpendiculaire à (BC) qui passe par A.

b) Que peut-on dire de ces trois perpendiculaires ?

20) On donne les points A et B avec $AB = 6\text{ cm}$. Coloriez en vert la partie du plan dont les points sont situés à une distance inférieure à 5 cm de A et à une distance inférieure à 4 cm de B.

21) **Construction d'un œuf :**

a) Tracez un segment [AB] et placez son milieu I.

b) Tracez le cercle $\mathcal{C}$ de diamètre [AB].

c) Tracez la médiatrice du segment [AB] qui coupe le cercle $\mathcal{C}$ aux points E et F.

d) Tracez les demi-droites [AE) et [BE).

e) Tracez l'arc de cercle de centre A, de rayon [AB] et d'origine B. Il coupe la demi-droite [AE) au point H.

f) Tracez l'arc de cercle de centre B, de rayon [BA] et d'origine A. Il coupe la demi-droite [BE) au point G.

g) Tracez le quart de cercle de centre E, de rayon [EG] et limité par les points G et H.

22) Deux arbres A et B sont plantés à 45 m l'un de l'autre. Pierre veut planter deux autres arbres C et D tel que :

- $CA = CB$ et C est aussi près que possible de A et de B
- D se trouve à 60 m de A et de B

La figure suivante montre A et la demi-droite d'origine A sur laquelle se trouve B, ainsi qu'un segment $[XY]$ de longueur 15 m.

En utilisant uniquement une règle non graduée et un compas (donc *sans rien mesurer* !) reproduisez exactement cette figure sur votre feuille puis construisez les emplacements des arbres B, C et D. Expliquez votre construction ! Combien de positions sont possibles pour C et D ?

23) Soient trois points non alignés F, O et U.

a) Placez un point K tel que $K \in [FO)$ et $K \notin [FO]$.

b) Placez un point L tel que les points O, U, L soient alignés et que $(KL) \parallel (FU)$.

24) Construisez trois cercles $\mathcal{C}_1$, $\mathcal{C}_2$ et $\mathcal{C}_3$ tel que :

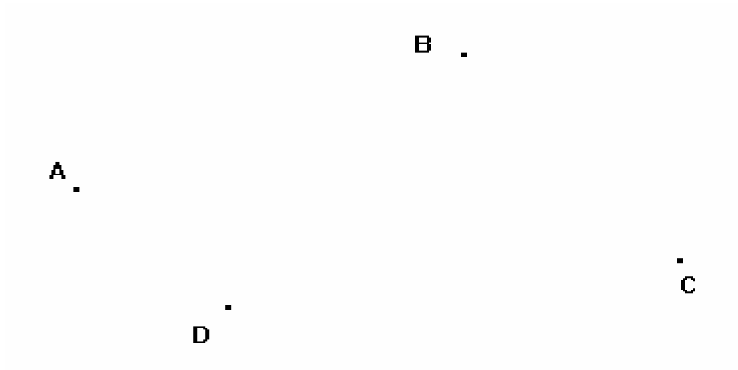
- $\mathcal{C}_1$ a pour rayon 4 cm, $\mathcal{C}_2$ a pour rayon 3 cm et ces deux cercles sont *tangents extérieurement*.
- $\mathcal{C}_3$ contient les deux autres cercles qui lui sont *tangents intérieurement*.

25) Marquez deux points E et F tels que EF = 3,5 cm.

a) Tracez tous les cercles ayant pour *diamètre* le segment [EF].

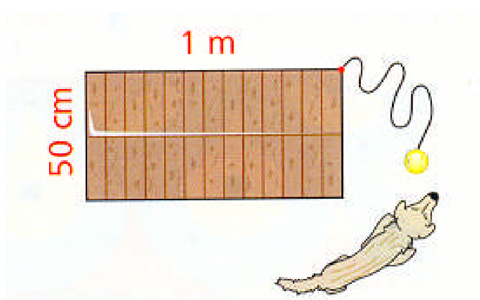
b) Tracez tous les cercles ayant pour *rayon* le segment [EF].

26) On donne quatre points non alignés A, B, C et D.



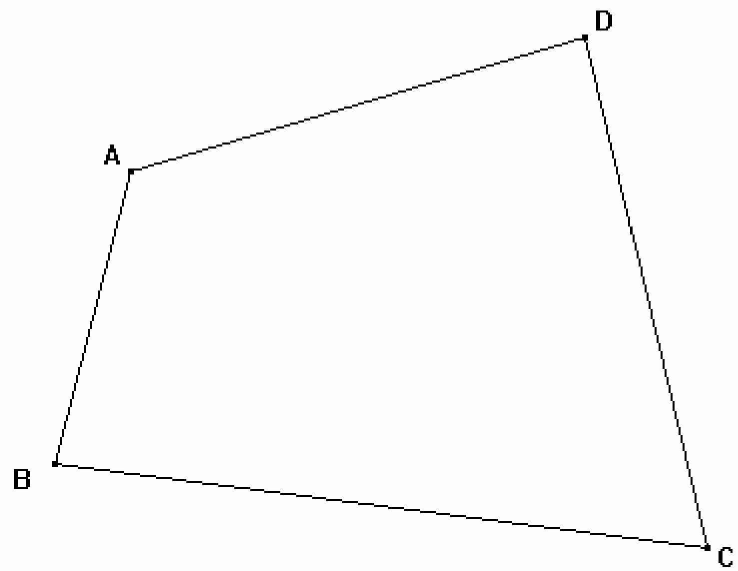
- Dessinez en bleu la droite (AC).
- Dessinez en vert le segment [CD].
- Dessinez en rouge la perpendiculaire à (AC) passant par B.
- Dessinez en noir la parallèle à (AC) passant par D.
- Que peut-on dire des droites rouge et noire ?

27) Une ficelle de 1,20 m de long est fixée à l'un des angles de la niche de Wouaf. A l'extrémité de la ficelle est attachée une balle.



En représentant 1 m par 5 cm, coloriez la zone où Wouaf peut amener la balle.

28) En vous servant uniquement d'une règle non graduée et d'un compas, reproduisez exactement la figure suivante sur votre feuille :



29) Construisez :

- Un cercle $\mathcal{C}$ de centre O et de rayon 5 cm.
- Une corde $[AB]$ de ce cercle de longueur 5 cm (*à l'aide du compas)*.
- La médiatrice m de $[AB]$ *à l'aide du compas*. Que constatez-vous ? Expliquez pourquoi on pouvait le prévoir !

30) Dans un repère du plan on donne les points $A(-4;1)$, $B(3;-3)$ et $C(5;2)$.

a) Construisez la médiatrice du segment [A B] à l'aide de la règle et du compas.

b) Construisez les points Q tels que QA = QB et CQ = 4.

31) Construisez :

- Un cercle de centre I dont le *diamètre* mesure 8 cm.
- Un point A qui appartient à ce cercle.
- A l'aide du compas construire un point B du cercle tel que la corde [AB] mesure 5 cm.
- La médiatrice m du segment [AB].
- Les points d'intersection C et D de la médiatrice m et du cercle.

Comment appelle-on le segment [CD] ? Pourquoi ?

C) Constructions II

*Ces constructions utilisent des droites, des segments, des **demi-droites**, des cercles et des **angles***

32) Construisez :

- Un segment $[AB]$ de longueur 7 cm
- Une demi-droite $[AC)$ telle que $\widehat{BAC} = 50°$
- Une demi-droite $[BD)$ telle que $\widehat{ABD} = 70°$ et les deux demi-droites se coupent en un point F
- Mesurez l'angle $\widehat{AFB}$

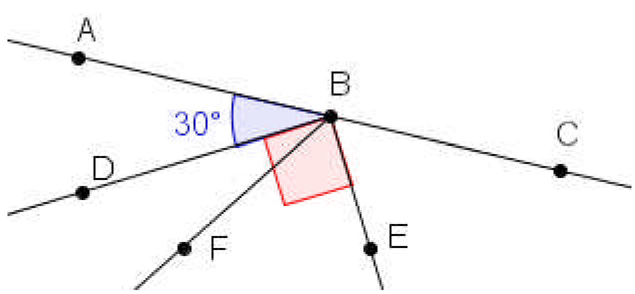
33) Construisez les angles suivants en indiquant à chaque fois de quelle sorte d'angle (aigu, obtus, droit, nul ou plat) il s'agit :

$\widehat{QSD} = 58°$	$\widehat{KLM} = 90°$	$\widehat{AZE} = 180°$
$\widehat{AIR} = 143°$	$\widehat{TUI} = 85°$	$\widehat{XYZ} = 97°$

34) **a)** Construisez un angle de $\widehat{BAC}$ de mesure 140°

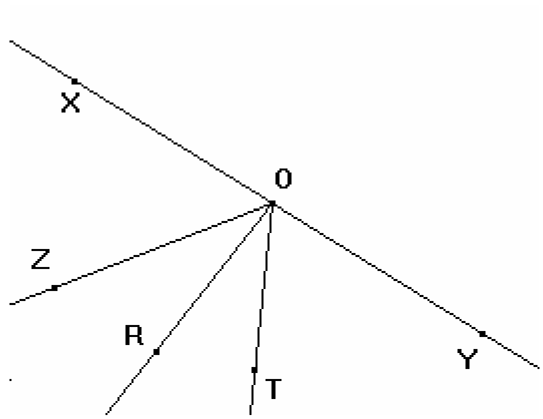
b) Divisez cet angle en trois angles tel que le deuxième soit le double du premier et le troisième soit le double du deuxième.

35) Soit la figure non exacte suivante :



Sachant que A, B et C sont alignés, que $\widehat{ABD} = 30°$, que $(BD) \perp (BE)$ et que $[BD)$ est la bissectrice de $\widehat{ABF}$, montrez que $[BE)$ est la bissectrice de $\widehat{CBF}$.

36) Sur la figure ci-dessous (qui n'est pas exacte !) on a : $\widehat{XOZ} = 70°$, $\widehat{YOR} = 80°$, $\widehat{ZOT} = 50°$ et $[OR)$ est la bissectrice de $\widehat{ZOT}$.

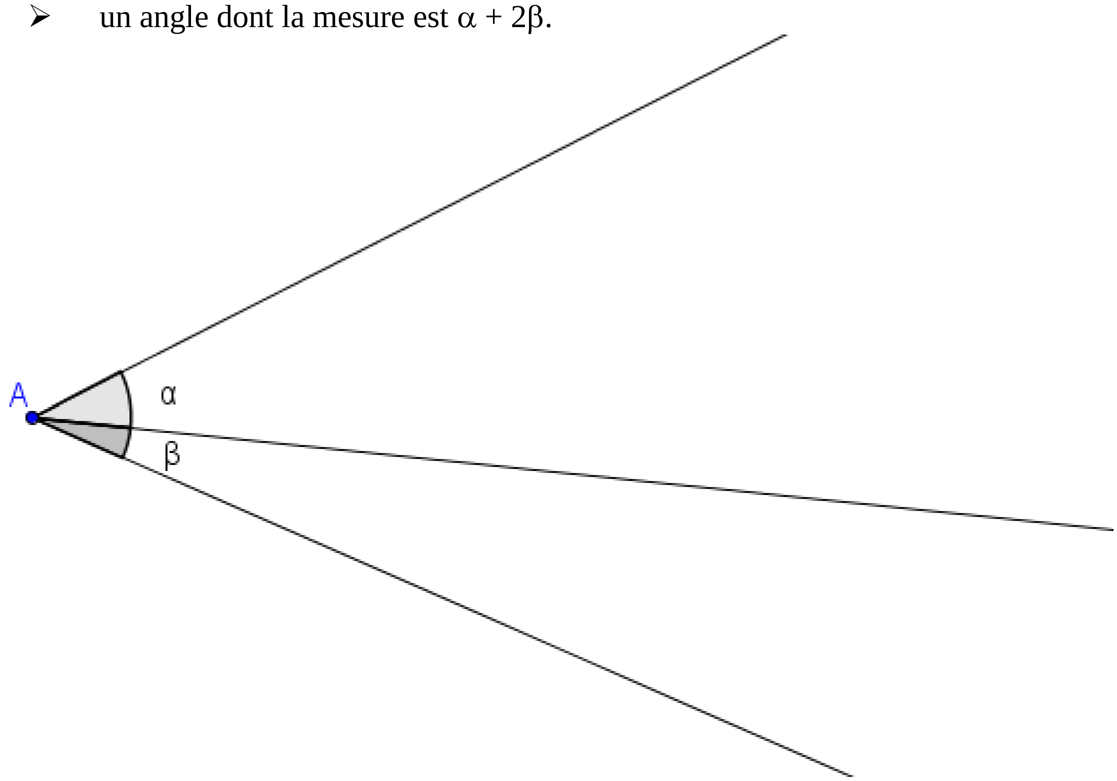


a) Calculez les mesures des angles $\widehat{ZOR}$ et $\widehat{XOY}$.

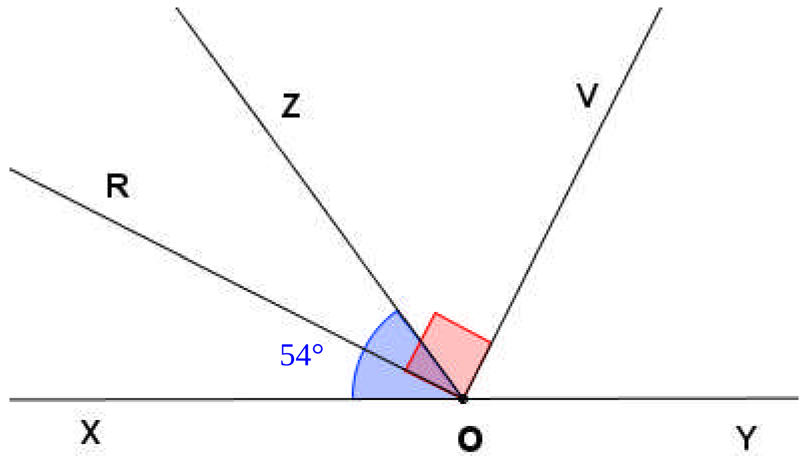
b) Construisez la figure exacte !

37) Reportez <u>sans mesurer</u> les angles de sommet A de mesures α et β (avec une construction exacte). Construisez également :

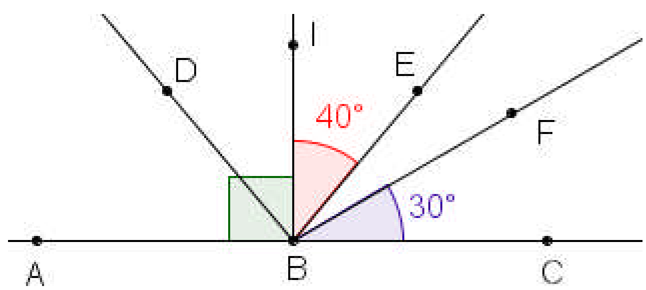
- un angle dont la mesure est 2α
- un angle dont la mesure est $\alpha + 2\beta$.



38) Sur le figure (inexacte !) suivante on sait que $\widehat{ZOX} = 54°$, que $\widehat{ROV}$ est un angle droit et que X, O et Y sont alignés. La demi-droite $[OR)$ est la bissectrice de $\widehat{ZOX}$. Examinez si la demi-droite $[OV)$ est la bissectrice de $\widehat{YOZ}$.



39) On donne la figure suivante :

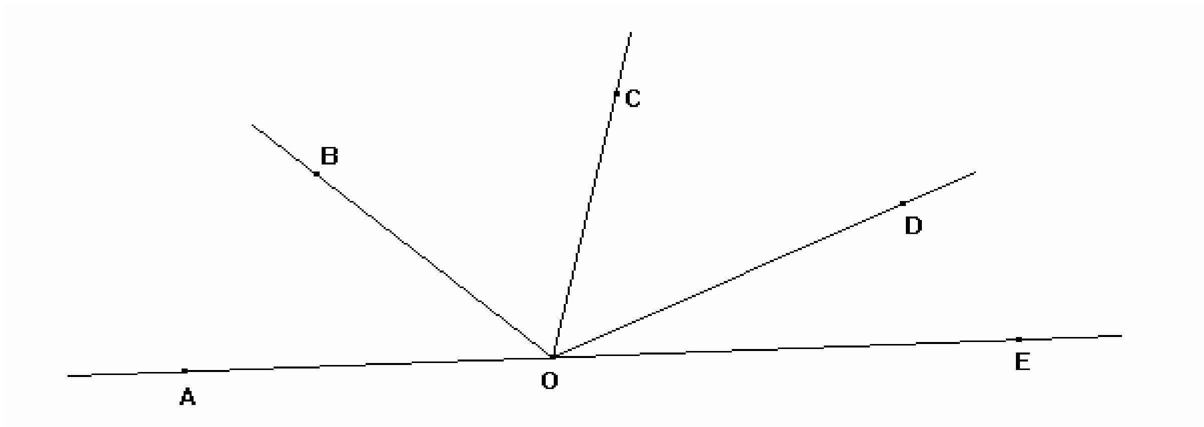


a) Sachant que [BI) est la bissectrice de $\widehat{DBE}$ et que A, B et C sont alignés, calculez l'amplitude de tous les angles de la figure. Expliquez votre raisonnement !

b) Parmi les angles de la figure, indique les noms de :

- deux angles complémentaires
- deux angles supplémentaires

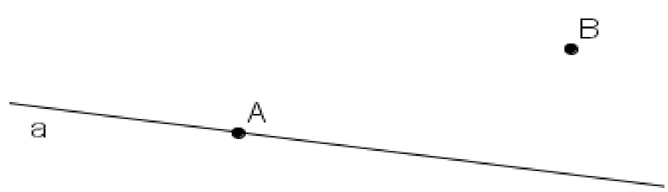
40) Voici une figure approximative (non exacte):



a) Sachant que $[OB)$ est la bissectrice de $\widehat{DOA}$, $[OC)$ est la bissectrice de $\widehat{EOB}$, $\widehat{EOA}$ est un angle plat et $\widehat{EOD} = 40°$, calculez $\widehat{AOB}$, $\widehat{BOC}$ et $\widehat{COD}$.

b) Faites une figure exacte !

41) Soit la figure suivante :



a) Construisez les points C et D de la droite a tels que les triangles ABC et ABD soient isocèles en A.

b) Construisez les points E et F de la droite a tels que les triangles ABE et ABF soient rectangles.

c) Indiquez deux angles droits sur la figure.

d) Indiquez deux angles aigus et adjacents sur la figure.

e) Indiquez deux angles obtus sur la figure.

f) Indiquez deux angles supplémentaires sur la figure.

g) Indiquez deux angles complémentaires sur la figure.

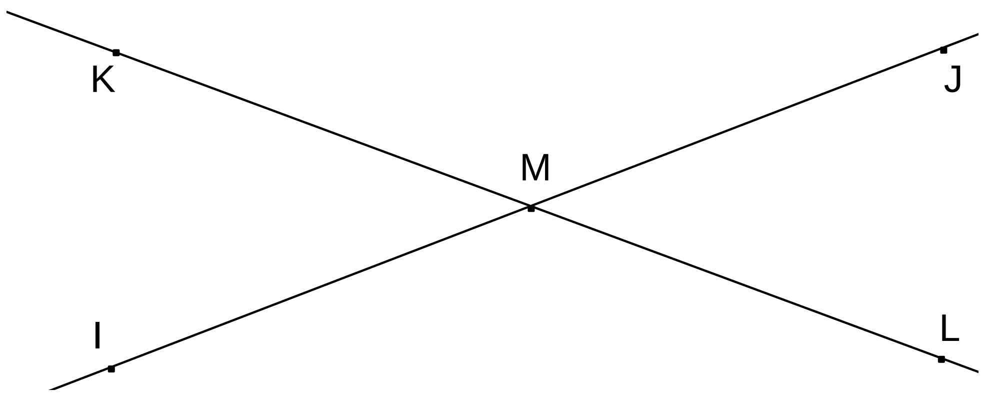
42) Le pirate « Ali Gator » a trouvé une carte au trésor sur laquelle on a indiqué trois arbres K, L et M tels que $KL = 24\text{ m}$, $\widehat{MLK} = 105°$ et $\widehat{KML} = 35°$.

a) Construisez la position de ces trois arbres en choisissant sur votre feuille 1 cm pour 3 m en réalité.

b) Sur cette carte, on peut lire : « Le trésor est enfoui à égale distance des demi-droites $[KL)$ et $[KM)$. De plus, il se trouve à égale distance des arbres K et L. ». Construisez la position exacte du lieu *T* de ce trésor. Expliquez votre construction.

c) A l'aide d'une mesure, déterminez la distance réelle du point T à la droite (LM).

43) Voici deux droites (KL) et (IJ) sécantes en M :



a) Reproduisez exactement cette figure en vous servant uniquement d'une règle et d'un compas.

b) Construisez les bissectrices des angles $\widehat{LMJ}$ et $\widehat{KMI}$. Que peut-on dire de ces deux bissectrices ?

c) Ajoutez également la bissectrice de l'angle $\widehat{JMK}$. Que constatez-vous ? Justifiez cette propriété (Pour cela vous pouvez noter p.ex. α et β les mesures des angles $\widehat{LMJ}$ et $\widehat{JMK}$) !

D) Constructions III

*Ces constructions utilisent des droites, des demi-droites, des segments, des cercles, des angles, des **triangles** et les **droites remarquables***

44) **Constructions de triangles** : pour chacun des triangles suivants, vous ferez d'abord un *croquis ou schéma*, puis la *figure exacte* et enfin vous donnerez une *explication* c'est-à-dire une *description* détaillée de votre construction.

Attention :Il se peut que certaines constructions soient *impossibles* ou au contraire aient *plusieurs solutions !*

a) triangle ABC tel que $AB = 7\text{ cm}$, $AC = 8\text{ cm}$ et $BC = 4\text{ cm}$.

b) triangle MNR tel que $NR = 7\text{ cm}$, $NM = 4{,}5\text{ cm}$ et $\widehat{MNR} = 58°$.

c) triangle EFG tel que $FG = 8\text{ cm}$, $\widehat{EFG} = 75°$ et $\widehat{FGE} = 32°$.

d) triangle KLM tel que $KL = 9\text{ cm}$, $KM = 6{,}5\text{ cm}$ et $\widehat{MLK} = 40°$.

e) triangle ABC tel que $AC = 7\text{ cm}$, $AB = 5\text{ cm}$ et $\widehat{BCA} = 60°$

f) triangle ABC rectangle en B tel que $\widehat{BCA} = 30°$ et dont l'hypoténuse mesure 10 cm.

g) triangle NPQ tel que $NP = 4{,}6\text{ cm}$, $NQ = 6\text{ cm}$ et $\widehat{NPQ} = 35°$.

h) triangle DEF rectangle en D tel que $DE = 5{,}5\text{ cm}$ et $EF = 7\text{ cm}$.

i) triangle RST tel que $RS = 11\text{ cm}$, $RT = 5\text{ cm}$ et $TS = 4\text{ cm}$.

j) triangle GHI de périmètre 15 cm tel que $GH = 3\text{ cm}$ et $IH = 6\text{ cm}$. Mesurez ses trois angles.

k) un triangle STO rectangle et isocèle en O dont l'hypoténuse mesure 6 cm.

45) **a)** Construisez un triangle équilatéral ABC dont le périmètre mesure 12 cm.

b) Construisez les points M et N à l'extérieur du triangle tel que les triangles AMC et ABN soient équilatéraux.

c) Que peut-on dire des points M, A et N ? Pourquoi ?

46) Tracez un segment [AB] mesurant 8 cm.

a) Construisez le cercle de diamètre [AB] et marquez son centre O.

b) Placez sur le cercle un point C tel que $AC = 4\text{ cm}$.

c) Quelle est la nature du triangle OAC ? Explique pourquoi !

d) Tracez la droite d passant par O et perpendiculaire à la droite (AB). Cette droite coupe le cercle en deux points E et F. Quelle est la nature des triangles OBF et OCF ? Expliquez pourquoi !

47) **a)** Tracez un triangle PCL isocèle en P tel que $PC = 4\text{ cm}$ et $CL = 6\text{ cm}$.

b) Placez le point M tel que le point P soit le milieu de $[LM]$.

c) Tracez la droite d passant par M et parallèle à la droite (PC).

d) Tracez la droite d' passant par P et perpendiculaire à la droite (ML).

e) Marquez le point d'intersection I de d et d'. Quelle est la nature du triangle IML ? Justifiez votre réponse

48) Construisez un cercle de centre C et de diamètre 7cm, puis tracez une corde [AB] de ce cercle mesurant 3,5cm. Quelle est la nature du triangle ABC? Justifiez votre réponse !

49) Trois villes A, B et C sont situées de façon que $AB = 3\text{ km}$, $AC = 4\text{ km}$ et $BC = 6\text{ km}$.

a) Construisez la position de ces trois villes en choisissant sur votre feuille 1 cm pour 1 km.

b) Les maires ont décidé de construire une piscine P de façon qu'elle soit située à égale distance de ces trois villes. Construisez la position exacte de cette piscine ! Comment s'appelle le point P ?

50) Réalisez la figure suivante :

- Tracez deux droites d et d' sécantes au point I.
- Placez un point M tel que M n'est ni un point de d ni un point de d'.
- Tracez en rouge la droite a parallèle à d et passant par M.
- Tracez en vert la droite b perpendiculaire à d' et passant par M.
- Soit P le point d'intersection de b et de d'. Quelle est la nature du triangle IMP ? Comment appelle-t-on le côté $[IM]$?

51) Construisez :

- Un segment $[AB]$ de 10 cm de long
- Un demi-cercle $\mathcal{C}$ de diamètre $[AB]$
- Les points C, D, E sur $\mathcal{C}$ tels que $AC = 3{,}5\text{ cm}$, $AD = 6\text{ cm}$ et $BE = 4\text{ cm}$

Que peut-on dire des triangles ABC, ABD et ABE ?

52) Longueurs des côtés d'un triangle

a) Deux côtés d'un triangle mesurent 6 cm et 9 cm. Donnez un encadrement (c'est-à-dire donnez la plus petite et la plus grande valeur possible) de la mesure du troisième côté.

b) Deux côtés d'un triangle *isocèle* mesurent 8 cm et 3 cm. Quelle peut être la mesure du troisième côté ?

53) Peut-on construire un triangle dont les côtés mesurent 3,5 dm, 13 cm et 0,2 m ?

54) Construisez un triangle équilatéral LMN de côté 8 cm. Tracez les médiatrices, les médianes, les hauteurs et les bissectrices de ce triangle. Que remarquez-vous ?

55) Soit A, B et C trois points tels que $AB = 9\text{ cm}$, $AC = 7\text{ cm}$ et $BC = 5\text{ cm}$ (figure !). Construisez un point D qui soit équidistant de A et de B et qui soit aussi près que possible du point C. Combien de solutions existe-t-il ? Justifiez votre réponse !

56) **a)** Construisez le triangle ABC avec $AB = 5{,}5\text{ cm}$, $AC = 3{,}5\text{ cm}$ et $BC = 4\text{ cm}$.

b) Tracez les trois **hauteurs** du triangle. Que constatez-vous ?

c) Comment appelle-t-on le point d'intersection H des hauteurs d'un triangle ?

d) Construisez :

- La droite a qui passe par A et qui est parallèle à (BC)
- La droite b qui passe par B et qui est parallèle à (AC)
- La droite c qui passe par C et qui est parallèle à (AB)

e) a et b se coupent en D, b et c se coupent en E, c et a se coupent en F. Marquez ces trois points.

f) Tracez le cercle de centre H qui passe par D. Que constatez-vous ?

57) Construisez :

- Un segment $[AB]$ de longueur 8 cm.
- Trois points différents C, D et E tel que $\Delta(ABC)$ est rectangle en C, $\Delta(ABD)$ est rectangle en D et $\Delta(ABE)$ est rectangle en E.
- Le cercle $\mathcal{C}$ de diamètre $[AB]$.

Que constatez-vous ?

58) Soient A et B deux points distants de 9 cm.

- Construisez deux points C et D qui se trouvent à 7 cm de A et à 4 cm de B.
- On appelle I le point d'intersection de (AB) et (CD). Que peut-on dire de I ? Vérifiez à l'aide du compas !
- Que peut-on dire de (AB) et de $[CD]$? Justifiez votre réponse !
- Quels sont les triangles isocèles sur la figure ?

59) Pour chacun des trois triangles suivants faites une construction exacte puis tracez les trois **hauteurs** :

a) $\Delta(ABC)$ tel que $AB = 7\text{ cm}$, $AC = 6{,}5\text{ cm}$ et $BC = 4{,}5\text{ cm}$.

b) $\Delta(RST)$ rectangle et isocèle en S tel que $RS = 5{,}5\text{ cm}$.

c) $\Delta(EDF)$ tel que $ED = 7\text{ cm}$, $DF = 9\text{ cm}$ et $EF = 4{,}5\text{ cm}$.

Comparez les trois figures et dites ce que vous remarquez.

60) Construisez la figure suivante :

- un triangle ABC tel que $AB = 7{,}5\text{ cm}$, $BC = 7\text{ cm}$ et $AC = 8\text{ cm}$
- le point Q qui est équidistant de B et de C , qui est à 3 cm de A et qui se trouve à l'extérieur du triangle ABC.
- le point P qui est équidistant de B et de C et qui se trouve sur la bissectrice de l'angle de sommet C.

Mesurer la distance de P à la droite (CA) et la distance de P à la droite (CB). Que constatez-vous ?

61) Marquez trois points non alignés A, B et C tel que le triangle ABC ne soit pas un triangle rectangle ! Tracez par C la droite d perpendiculaire à (AB) et par A la droite e perpendiculaire à (BC). Marquez le point d'intersection I des droites d et e. Que peut-on dire des droites (BI) et (AC) ? Justifiez votre réponse !

62) Construisez :

- Un segment $[AB]$ de 10 cm de long
- trois points C, D et E tels que le triangle ABC soit rectangle en C, le triangle ABD soit rectangle en D et le triangle ABE soit rectangle en E
- Le cercle $\mathcal{C}$ de diamètre $[AB]$

Que constatez-vous ?

63) Tracez un cercle de centre O et de rayon 4 cm. Ensuite, construisez une corde [AB] de 5 cm. Construisez le point C sur ce cercle tel que le triangle ABC est isocèle avec A comme sommet principal. Construisez la bissectrice de l'angle $\widehat{BAC}$. Que constatez-vous ?

64) Faites la construction suivante :

- un triangle ABC avec AB = 12 cm, AC = 10 cm et BC = 14 cm
- les bissectrices des angles $\widehat{CBA}$ et $\widehat{ACB}$ à l'aide du compas
- le point d'intersection D de ces deux bissectrices
- la bissectrice de $\widehat{BAC}$. Que constatez-vous ?
- le point $A' \in [BC]$ tel que $(A'D) \perp (BC)$
- le point $B' \in [AC]$ tel que $(B'D) \perp (AC)$
- le point $C' \in [AB]$ tel que $(C'D) \perp (AB)$
- le cercle de centre D passant par A'. Que constatez-vous ?

*Remarque : ce cercle s'appelle **cercle inscrit** au triangle ABC*

65) Voici deux propositions :

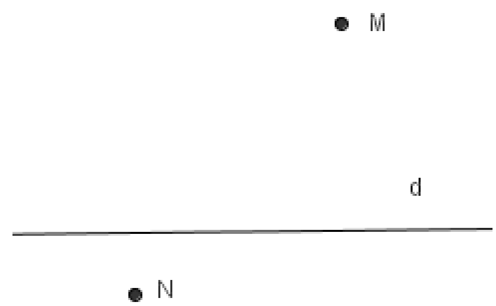
a) Un triangle rectangle peut avoir un angle obtus

b) Les angles à la base d'un triangle isocèle sont aigus

Est-ce que ces propositions sont vraies ou fausses ? Si elles sont fausses montrez à l'aide d'un exemple (figure) pourquoi elles sont fausses.

66) Construisez un triangle ABC tel que $AB = 8\text{ cm}$, $AC = 5\text{ cm}$ et que l'angle de sommet A mesure 115°. Ensuite, tracez la hauteur qui passe par B. Cette hauteur coupe (AC) en H. Quelle est l'hypoténuse du triangle CHB ?

67) Reproduisez la figure suivante sur votre feuille :



a) A l'aide d'un compas et d'une règle non graduée, construisez un point P de la droite d tel que le triangle MNP soit isocèle en P.

b) Comment faudrait-il placer les points M et N pour que ce problème ait une infinité de solutions ? Figure !

c) Comment faudrait-il placer les points M et N pour que ce problème n'ait aucune solution ? Figure !

Pour les exercices 68 à 80 il faut savoir que ***la somme des trois angles de n'importe quel triangle vaut 180°*** *et que* ***les trois angles d'un triangle équilatéral mesurent 60° !***

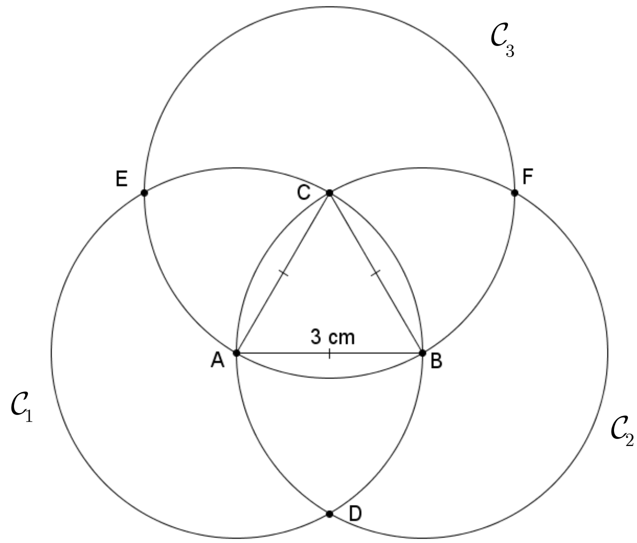
68) Construisez :

- un triangle ABC tel que $AB = 6\text{ cm}$, $\widehat{BAC} = 110°$ et $\widehat{ACB} = 35°$.
- le point d'intersection D de la parallèle à la droite (AC) passant par B et de la parallèle à la droite (AB) passant par C.

Analysez la nature du triangle ABC et du qudrilatère ABDC.

69) Que peut-on dire d'un triangle ABC tel que : $BC = 7\text{ cm}$, $\widehat{ABC} = 40°$ et $\widehat{BAC} = 100°$?

70) Observez la figure ci-dessous, puis complétez sa description :



a) Le triangle ABC est .... car ..... = ... = ... = ...

b) L'angle $\widehat{ACB}$ mesure donc ....

c) $\mathcal{C}_1$ est le cercle de .... et de ....

d) $\mathcal{C}_2$ est le cercle de .... et de ....

e) $\mathcal{C}_3$ est le cercle de .... et de ....

f) $\widehat{ECA} =$ .... car ....

g) $\widehat{FCB} =$ .... car ....

h) Les points C et D sont .... de A et de B, donc (CD) est la

.... de $[AB]$.

i) ECBA est un .... car ....

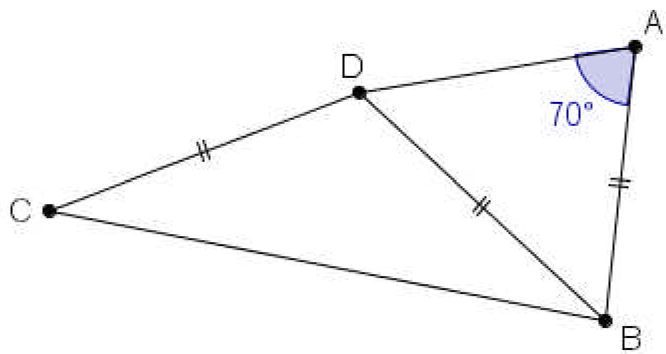
Par conséquent (EC)......(AB) et (EA)......(BC).

j) $\widehat{ECF} =$ .... donc les points E, C et F sont ....

71) Dans un triangle ABC isocèle de base [BC] on sait que $\widehat{BAC} = 90°$. Que peut-on dire des deux autres angles de ce triangle ?

72) Construisez (schéma, construction et description) un triangle ABC tel que : $BC = 7\text{ cm}$, $\widehat{ACB} = 60°$ et l'angle entre la droite (AB) et la bissectrice de $\widehat{BAC}$ vaut $40°$.

73) Sur la figure (*inexacte !*) suivante, on sait que $\widehat{DAB} = 70°$, $AB = BD = DC$ et que (BD) est la bissectrice de l'angle $\widehat{ABC}$:



Calculez les mesures des autres angles de la figure et analysez si les points A, C et D sont alignés.

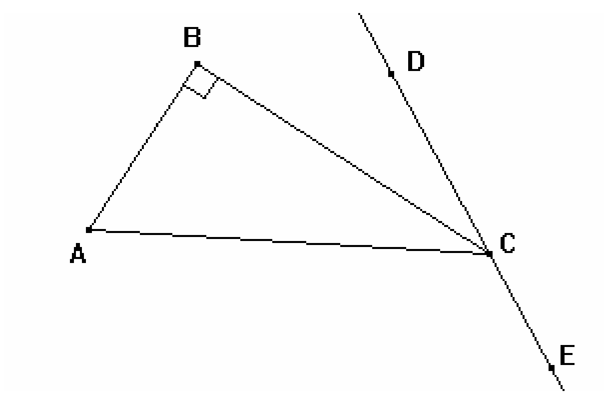
74) **a)** Construisez un triangle SAM isocèle en M tel que $SA = 4\text{ cm}$ et $\widehat{SAM} = 35°$.

b) Quelle est la base et le sommet principal de ce triangle ?

c) Calculez la mesure de $\widehat{SMA}$?

d) Construisez le point I tel que SIAM soit un losange.

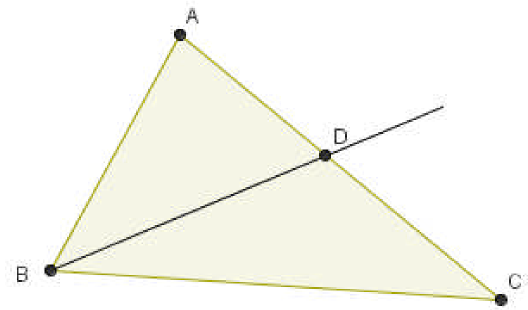
75) Sur la figure ci-dessous on sait que les points D, C, E sont alignés, que $\widehat{CAB} = 55°$, que l'angle de sommet B est un angle droit et que [CB) est la bissectrice de l'angle $\widehat{DCA}$. Calculez la mesure de l'angle $\widehat{BCD}$.



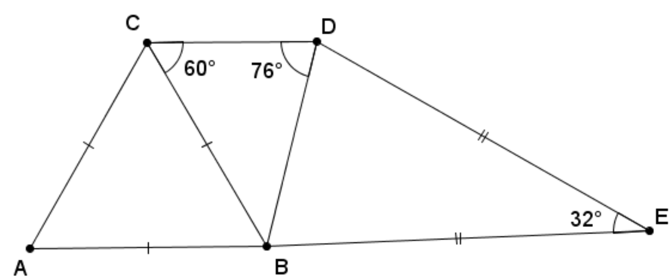
76) Construisez un triangle XYZ isocèle en Z, tel que $\widehat{YXZ} = 50°$

77) Construisez un triangle équilatéral dont une hauteur mesure 6 cm (schéma, figure exacte et description). Construisez ensuite les deux autres hauteurs et comparez avec la première hauteur, que constatez-vous ?

78) On donne le triangle ABC isocèle en A. L'angle $\widehat{BAC} = 40°$ et la demi-droite [BD) est la bissectrice de l'angle $\widehat{CBA}$ (*Attention : la figure n'est pas exacte !*). Calculez les mesures des angles $\widehat{ADB}$ et $\widehat{BDC}$.



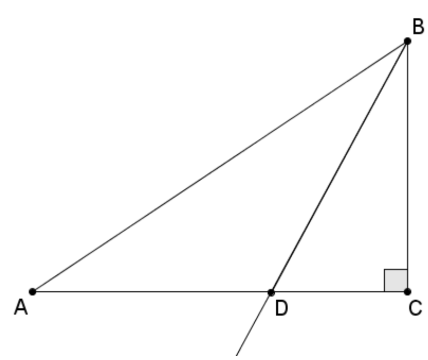
79) Observez le schèma suivant :



a) Anne prétend que les points A, B et E sont alignés. Qu'en pensez-vous ?

b) Après avoir prolongé les sements $[AC]$ et $[DE]$, Ben prétend que $(AC) \perp (DE)$. Etes-vous d'accord avec lui ?

80) Pour le triangle suivant on sait que [BD) est la bissectrice de l'angle $\widehat{ABC}$ et que $\widehat{ADB} = 100°$. Calculez la mesure de l'angle $\widehat{BDC}$ et la mesure de l'angle $\widehat{ABD}$.On considère le triangle rectangle ABC ci-dessous :



E) Constructions IV

*Ces constructions utilisent des droites, des segments, des cercles, des angles, des triangles, des **quadrilatères** et des **polygones quelconques.***

Le symbole # désigne un parallélogramme !

81) **Constructions de quadrilatères (trapèzes, parallélogrammes #, rectangles, losanges, carrés).** Pour chacun des quadrilatères suivants, vous ferez d'abord un *croquis ou schéma*, puis la *figure exacte* et enfin vous donnerez une *explication* c'est-à-dire une *description* détaillée de votre construction :

a) #(ABCD) tel que $AB = 6,2\text{ cm}$, $AD = 3,4\text{ cm}$ et $BD = 8\text{ cm}$.

b) losange ABCD tel que $AB = 4\text{ cm}$ et $\widehat{ABD} = 40°$.

c) #(ABCD) tel que $AB = 7\text{ cm}$, $AC = 6\text{ cm}$ et $AD = 4\text{ cm}$.

d) #(ABCD) tel que $AB = 8\text{ cm}$, $CB = 5\text{ cm}$ et $\widehat{DAB} = 40°$.

e) losange dont les diagonales mesurent 9 cm et 6 cm.

f) # dont les diagonales mesurent 9 cm et 7 cm et forment un angle de $50°$.

g) carré dont les diagonales mesurent 7 cm.

h) #(NPQR) tel que $NP = 3\text{ cm}$, $NQ = 7\text{ cm}$ et $PR = 5\text{ cm}$.

i) losange dont les côtés mesurent 6,5 cm et qui a *un* angle de $110°$.

j) rectangle EFGH tel que $FG = 6\text{ cm}$ et $\widehat{HFG} = 55°$.

k) losange dont les côtés mesurent 5 cm et qui a *une* diagonale de longueur 4 cm.

l) trapèze ABCD tel que $(BC) \parallel (AD)$, $BC = 5\text{ cm}$, $CD = 3,5\text{ cm}$, $\widehat{BCD} = 90°$ et $AB = 6\text{ cm}$.

m) rectangle de longueur 9 cm et dont les diagonales mesurent 10 cm.

n) #(ABCD) tel que $AB = 9\text{ cm}$, $BC = 7\text{ cm}$ et $\widehat{BAC} = 62°$.

o) quadrilatère ABCD tel que $(AB) \parallel (CD)$, $AB = 11\text{ cm}$, $AD = 6\text{ cm}$, $\widehat{BAD} = 42°$ et $\widehat{CBA} = 75°$. Comment appelle-t-on un tel quadrilatère ?

p) losange EFGH tel que $EF = 5\text{ cm}$ et $\widehat{FEG} = 50°$

q) rectangle MARS tel que MR = 6 cm et dont les diagonales forment un angle de 45°.

r) #(ABCD) tel que $\widehat{BAC} = 40°$, $AB = 5\text{ cm}$ et $AC = 7\text{ cm}$.

82) Dans un repère orthonormé du plan placez les points $A(-2,-2)$, $B(0,2)$ et $D(4,-2)$. Quelles sont les coordonnées du point C pour que le quadrilatère ABCD soit un parallélogramme ?

83) Dans un repère du plan placez les points $A(-2,1)$, $B(0,3)$ et $C(0,-1)$. Quelles sont les coordonnées du point D pour que le quadrilatère ABDC soit un losange ?

84) Sur une seule figure :

- Construisez un triangle EFG, isocèle en E avec EF = 6 cm et FG = 8 cm.
- Construisez un triangle FGH isocèle en H dont les mesures sont égales à celles du triangle EFG.
- Comment s'appelle la figure EFHG ?

85) Dans un repère d'unité 1 cm placez les points $A(4,-5)$, $B(4,3)$ et $C(-2,3)$. Construisez le point D tel que ABCD soit un rectangle et donnez les coordonnées de D. Quelles sont les coordonnées des milieux des segments $[AC]$ et $[BD]$?

86) Josiane et Claire construisent un parallélogramme ABCD tel que $AB = 6\text{ cm}$, $AD = 8\text{ cm}$ et $\widehat{ADB} = 37°$. Josiane prétend que le parallélogramme est un rectangle tandis que Claire prétend qu'elle a obtenu un parallélogramme « normal ». Qui a raison ?

87) Construisez *(schéma, description, figure exacte)* un losange ABCD tel que $AC = 6{,}5\text{ cm}$ et $\widehat{BAD} = 40°$.

88) **a)** Construisez un rectangle ABCD tel que $DC = 7\text{ cm}$ et $BD = 9\text{ cm}$ (*schéma, description, figure exacte*).

b) Où est le centre O du cercle qui passe par les quatre sommets du rectangle ? Justifiez votre réponse !

89) **a)** Tracez un segment [AB] tel que $AB = 5\text{ cm}$ et le milieu M de [AB].

b) Sur la même figure tracez un segment $[CD]$ tel que :

- $(AB) \perp (CD)$
- M est le milieu de $[CD]$
- CD = 4 cm

c) Quelle est la nature du quadrilatère ACBD ?

90) Construisez *(schéma, description, figure exacte)* un parallélogramme FGHI tel que $FG = 6\text{ cm}$, $\widehat{FGH} = 50°$ et $[GI)$ est la bissectrice de l'angle $\widehat{FGH}$.

91) Construisez *(schéma, description, figure exacte)* le #(MNPQ) dont les diagonales mesurent 7 cm et 4 cm et forment un angle de 55°. Appelez I le point d'intersection des diagonales. Que pouvez-vous dire des triangles MNI, NPI, PQI et QMI ?

92) Construisez :

- Un triangle ABC tel que $BC = 8\text{ cm}$, $AB = 5\text{ cm}$ et $\widehat{ABC} = 55°$ (*schéma, description, figure exacte*)
- Le milieu M de $[AC]$ et le point D tel que M est le milieu de $[BD]$.
- Quelle est la nature du quadrilatère ABCD ? Justifiez votre réponse !

93) Construisez :

- le segment [AB] de longueur 4cm (non parallèle aux lignes du quadrillage de la feuille)
- le cercle $\mathcal{C}_1$ de centre A qui passe par B
- le cercle $\mathcal{C}_2$ de centre B qui passe par A
- Les deux points d'intersection C et D de ces cercles et la droite (CD)

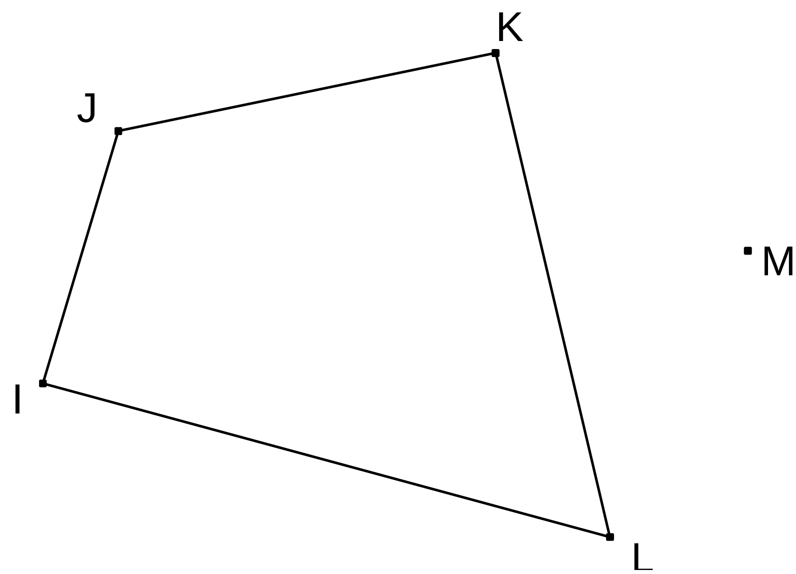
Que pouvez-vous dire :

- des droites (AB) et (CD) ?
- du quadrilatère (ACBD) ?

94) Construisez :

- un cercle $\mathcal{C}$ de centre O et de rayon 4 cm.
- quatre points A, B, C et D sur $\mathcal{C}$ tel que ABCD est un carré.

95) Reproduisez la figure suivante dans votre cahier en ne vous servant que d'un compas et d'une équerre :

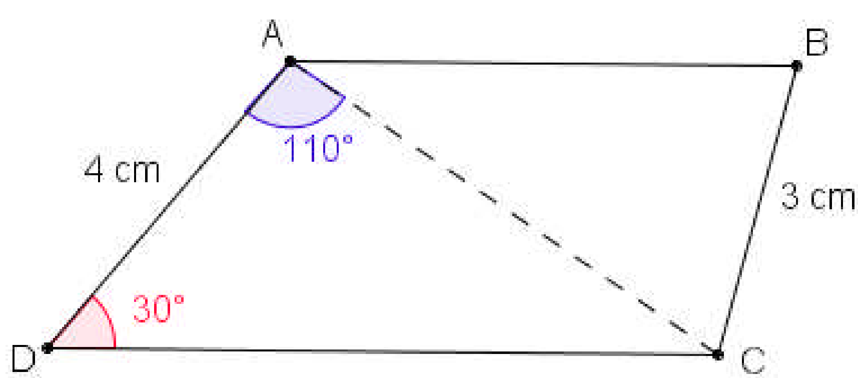


a) Construisez :

- Les demi-droites [MI), [MJ), [MK), [ML).
- Sur la demi-droite [MI) le point I' tel que MI = II'.
- Sur la demi-droite [MJ) le point J' tel que MJ = JJ'.
- Sur la demi-droite [MK) le point K' tel que MK = KK'.
- Sur la demi-droite [ML) le point L' tel que ML = LL'.
- Le quadrilatère I'J'K'L'.

b) Quelles sont des propriétés que tu peux observer sur la figure obtenue ? Trouvez-en au moins deux !

96) Construisez le trapèze suivant de bases (AB) et (CD) (*figure inexacte !*) et rédigez le programme de construction :



97) Construisez *(schéma, description, figure exacte)* un quadrilatère ABCD tel que $(AD) \parallel (BC)$, $AC = 7\text{ cm}$, $AD = 8\text{ cm}$, $\widehat{CAD} = 20°$ et $\widehat{BDA} = 30°$.
Comment appelle-t-on un tel quadrilatère ?

98) Construisez un triangle ABC dont deux côtés mesurent 5 cm et le troisième côté mesure 4 cm. Construisez un quatrième point D pour que le quadrilatère ABCD soit un losange.

99) Dessinez trois points non alignés A, B et C.

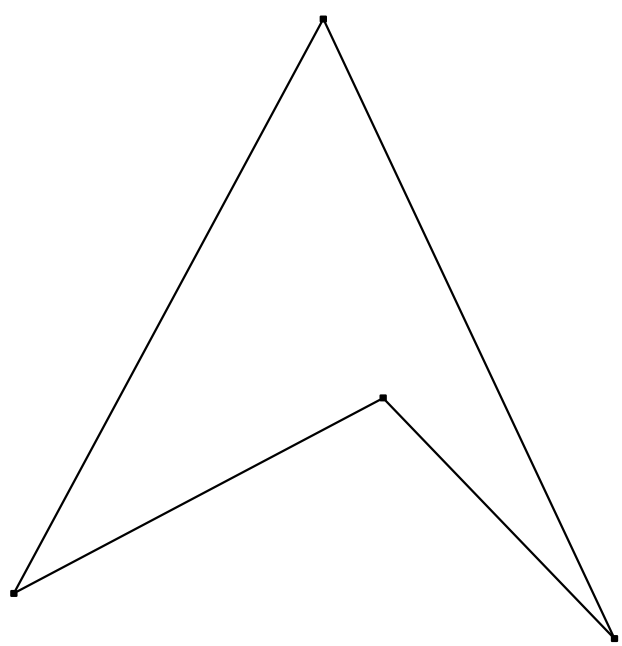
a) Construisez :

- La droite a qui passe par A et qui est parallèle à (BC).
- La droite b qui passe par B et qui est parallèle à (AC).
- La droite c qui passe par C et qui est parallèle à (AB).
- Le point d'intersection D de a et de b.
- Le point d'intersection E de b et de c.
- Le point d'intersection F de a et de c.

b) Trouvez tous les parallélogrammes sur la figure obtenue.

c) Indiquez une autre façon de désigner chacun des angles $\widehat{BDF}$, $\widehat{BEC}$ et $\widehat{AFC}$.

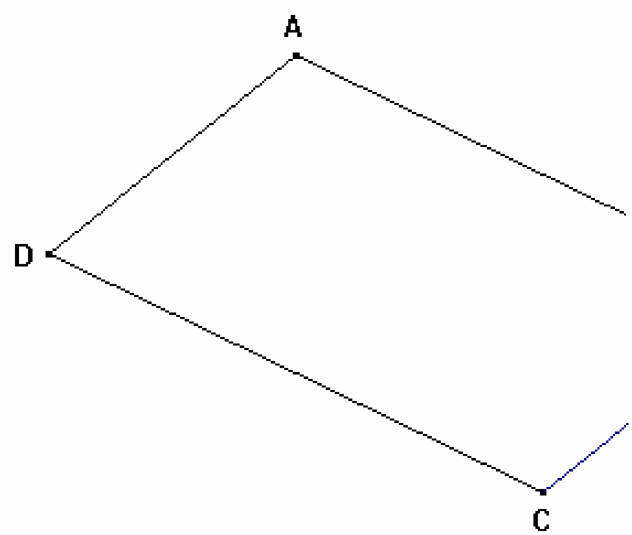
100) En vous servant <u>uniquement d'une règle et d'un compas</u> (*donc sans rien mesurer !*) reproduisez exactement la figure suivante sur votre feuille :



101) Construisez :

- Un carré ABCD dont les diagonales mesurent 8 cm.
- Le point E tel que le triangle ABE soit équilatéral et E se trouve en-dehors du carré.
- Le point F tel que le triangle BCF soit équilatéral et F se trouve à l'intérieur du carré.
- Le point G tel que le triangle ADG soit équilatéral et G se trouve à l'intérieur du carré.
- Le triangle EDC et la droite (FG).
- Que constatez-vous ?

102) Voici un parallélogramme ABCD dont le sommet B n'est plus sur la feuille.



a) Reproduisez cette figure *(telle qu'elle est, sans la compléter !)* à l'aide d'une règle non graduée et d'un compas.

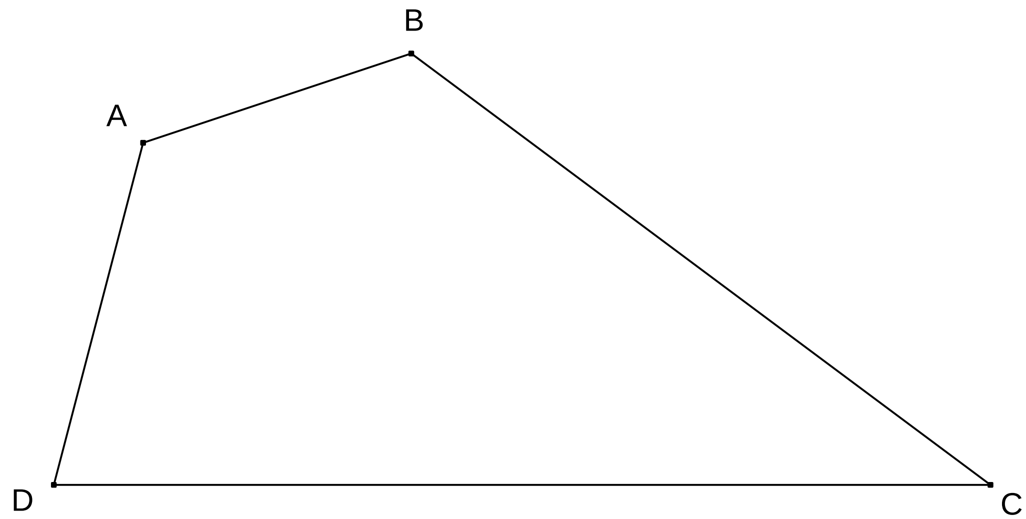
b) Tracez la partie de la diagonale [DB] qui se trouve encore sur la feuille <u>sans construire le point B</u> !

103) a) Dessinez un triangle RST isocèle en R. Tracez par R la droite parallèle à (ST) et par T la droite parallèle à (RS). Ces droites se coupent au point U.

b) Quelle est la nature du quadrilatère RSTU ? Justifiez votre réponse !

c) Quelle est la nature du triangle RTU ? Justifiez votre réponse !

104) a) En vous servant <u>uniquement d'une règle et d'un compas</u> (*donc sans rien mesurer !*) reproduisez exactement la figure suivante sur votre feuille :

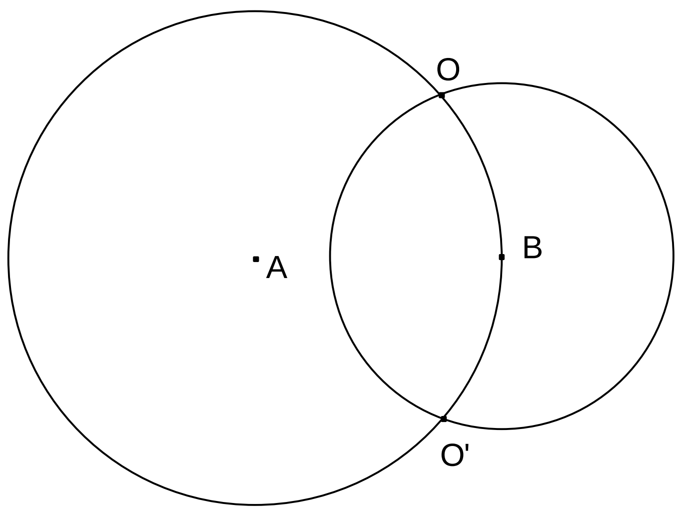


b) Construisez :

- le milieu E de $[AB]$
- le milieu F de $[BC]$
- le milieu G de $[CD]$
- le milieu H de $[AD]$

c) Que pensez-vous du quadrilatère EFGH ?

105) Voici deux cercles de centres A et B, qui se coupent en deux points O et O'.



a) Reproduisez exactement cette figure en vous servant uniquement d'un compas.

b) Construisez à l'aide du compas la médiatrice de [OO']. Que constatez-vous ?

c) Quelle est la nature des triangles ABO, OO'A et OO'B ?

d) Le quadrilatère AOBO' est un ***cerf-volant*** *(Drachenviereck)*. Essayez de donner une définition d'un *cerf-volant* ! *(indication : observez bien les diagonales de AOBO' !)*

Tracez en rouge les diagonales de ce quadrilatère. Que peut-on dire de ces diagonales ?

106) Construisez :

- un cercle $\mathcal{C}$ de centre O et de rayon A
- deux diamètres <u>perpendiculaires</u> $[AP]$ et $[QR]$ de $\mathcal{C}$
- le cercle $\mathcal{C}'$ de diamètre $[OQ]$ et appelez son centre I
- la droite d passant par P et I qui coupe le cercle $\mathcal{C}'$ en deux points S et T (on appellera S le point qui est le plus proche de P)
- les cercles $\mathcal{C}_1$ et $\mathcal{C}_2$ de centre P et passant respectivement par T et par S
- les points d'intersection B et E de $\mathcal{C}_1$ et de $\mathcal{C}$ (B est du même côté de (AP) que Q)
- les points d'intersection C et D de $\mathcal{C}_2$ et de $\mathcal{C}$ (C est du même côté de (AP) que Q)
- le polygone ABCDE

A l'aide d'un compas vérifiez que les 5 côtés de ce polygone ont la même longueur : un tel polygone est appelé **pentagone régulier** (regelmäßiges Fünfeck).