



Le cœur brisé

Fiche élève

Remarques préliminaires

Illustrez vos calculs par des croquis soignés.

Justifiez chaque étape de votre raisonnement.

Sauf indication contraire, on demande des valeurs approchées à 0,01 près.

Dans le menu MODE, choisir Angle RADIAN !

Gisèle a mal vécu la séparation de son petit ami Gaston. Pendant une leçon de mathématiques elle dessine un cœur dans un repère orthonormé.

Celui-ci est délimité en haut par la fonction f définie par :

$$f(x) = \sqrt{\sqrt{4x^2 + 1} - x^2} - 1,$$

et en bas par la fonction g définie par :

$$g(x) = \frac{3}{2\pi} \sin^{-1}(\sqrt{2}|x| - 1) - \frac{3}{4}.$$

- Etudiez les fonctions f et g (domaine de définition, parité, dérivée, dérivabilité aux points d'abscisses 0 et $\sqrt{2}$, tableau des variations, représentation graphique).
- Déterminez l'aire totale du cœur. (on trouve : $\approx 3,12$)
- Calculez la valeur exacte et une valeur approchée à 0,01 près du volume du solide engendré par la rotation des courbes C_f et C_g autour de l'axe des ordonnées.
- La droite d'équation $y = \frac{6}{5}x - \frac{1}{2}$ partage le cœur en deux parties.

Est-ce que les deux parties ont la même aire ?

Justifiez votre réponse à l'aide d'un calcul.